

Roger Penrose panus mustade aukude teoriasse

Manuel Hohmann

Teoreetilise Füüsika Labor - Füüsika Instituut - Tartu Ülikool
Tippkeskus TK133 "Tume Universum"



European Union
European Regional
Development Fund



Investing
in your future

Physicumi seminar: Nobeli füüsikapreemia 2020 - 15. oktoober 2020

- Einstein (1915): Üldrelatiivsusteooria, Einsteini võrrandid.

- Einstein (1915): Üldrelatiivsusteooria, Einsteini võrrandid.
- Schwarzschild (1916): Einsteini võrrandite sfääriliselt sümmeetriline vaakumilahend:

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{r} \right) dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{r} \right)^{-1} dr^2 + r^2(d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2).$$

- Einstein (1915): Üldrelatiivsusteooria, Einsteini võrrandid.
- Schwarzschild (1916): Einsteini võrrandite sfääriliselt sümmeetriline vaakumilahend:

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{r} \right) dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{r} \right)^{-1} dr^2 + r^2(d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2).$$

- Hilbert (1917): Schwarzschildi meetrika komponentide analüüs:
 - Kohas $r = 0$ asub “tõeline”, füüsikaline (kõveruse) singulaarsus.

- Einstein (1915): Üldrelatiivsusteooria, Einsteini võrrandid.
- Schwarzschild (1916): Einsteini võrrandite sfääriliselt sümmeetriline vaakumilahend:

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{r} \right) dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{r} \right)^{-1} dr^2 + r^2(d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2).$$

- Hilbert (1917): Schwarzschildi meetrika komponentide analüüs:
 - Kohas $r = 0$ asub “tõeline”, füüsikaline (kõveruse) singulaarsus.
 - Kohas $r = 2GM$ on $g_{tt} = 0$ ja $g_{rr} \rightarrow \infty$: singulaarsuse iseloom jäi ebaselgeks.

- Einstein (1915): Üldrelatiivsusteooria, Einsteini võrrandid.
- Schwarzschild (1916): Einsteini võrrandite sfääriliselt sümmeetriline vaakumilahend:

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{r} \right) dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{r} \right)^{-1} dr^2 + r^2(d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2).$$

- Hilbert (1917): Schwarzschildi meetrika komponentide analüüs:
 - Kohas $r = 0$ asub “tõeline”, füüsikaline (kõveruse) singulaarsus.
 - Kohas $r = 2GM$ on $g_{tt} = 0$ ja $g_{rr} \rightarrow \infty$: singulaarsuse iseloom jäi ebaselgeks.
- Painlevé (1921), Gullstrand (1922), Eddington (1924), Lemaître (1932):
 - Schwarzschildi meetrika teistes koordinaatsüsteemides ja teisendused.
 - “Singulaarsus” $r = 2GM$ ei ole füüsikaline, vaid koordinaatefekt.

- Einstein (1915): Üldrelatiivsusteooria, Einsteini võrrandid.
- Schwarzschild (1916): Einsteini võrrandite sfääriliselt sümmeetriline vaakumilahend:

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{r} \right) dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{r} \right)^{-1} dr^2 + r^2(d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2).$$

- Hilbert (1917): Schwarzschildi meetrika komponentide analüüs:
 - Kohas $r = 0$ asub “tõeline”, füüsikaline (kõveruse) singulaarsus.
 - Kohas $r = 2GM$ on $g_{tt} = 0$ ja $g_{rr} \rightarrow \infty$: singulaarsuse iseloom jäi ebaselgeks.
- Painlevé (1921), Gullstrand (1922), Eddington (1924), Lemaître (1932):
 - Schwarzschildi meetrika teistes koordinaatsüsteemides ja teisendused.
 - “Singulaarsus” $r = 2GM$ ei ole füüsikaline, vaid koordinaatefekt.
- Robertson (1939): Langemine $r \rightarrow 2GM$: lõplik omaaeg, lõpmatu välise vaatleja aeg.

- Einstein (1915): Üldrelatiivsusteooria, Einsteini võrrandid.
- Schwarzschild (1916): Einsteini võrrandite sfääriliselt sümmeetriline vaakumilahend:

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{r} \right) dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{r} \right)^{-1} dr^2 + r^2(d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2).$$

- Hilbert (1917): Schwarzschildi meetrika komponentide analüüs:
 - Kohas $r = 0$ asub “tõeline”, füüsikaline (kõveruse) singulaarsus.
 - Kohas $r = 2GM$ on $g_{tt} = 0$ ja $g_{rr} \rightarrow \infty$: singulaarsuse iseloom jäi ebaselgeks.
- Painlevé (1921), Gullstrand (1922), Eddington (1924), Lemaître (1932):
 - Schwarzschildi meetrika teistes koordinaatsüsteemides ja teisendused.
 - “Singulaarsus” $r = 2GM$ ei ole füüsikaline, vaid koordinaatefekt.
- Robertson (1939): Langemine $r \rightarrow 2GM$: lõplik omaaeg, lõpmatu välise vaatleja aeg.
- Oppenheimer & Snyder (1939): Sfäärilise materria kollaps ületab $r = 2GM$.

- Einstein (1915): Üldrelatiivsusteooria, Einsteini võrrandid.
- Schwarzschild (1916): Einsteini võrrandite sfääriliselt sümmeetriline vaakumilahend:

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{r} \right) dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{r} \right)^{-1} dr^2 + r^2(d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2).$$

- Hilbert (1917): Schwarzschildi meetrika komponentide analüüs:
 - Kohas $r = 0$ asub “tõeline”, füüsikaline (kõveruse) singulaarsus.
 - Kohas $r = 2GM$ on $g_{tt} = 0$ ja $g_{rr} \rightarrow \infty$: singulaarsuse iseloom jäi ebaselgeks.
- Painlevé (1921), Gullstrand (1922), Eddington (1924), Lemaître (1932):
 - Schwarzschildi meetrika teistes koordinaatsüsteemides ja teisendused.
 - “Singulaarsus” $r = 2GM$ ei ole füüsikaline, vaid koordinaatefekt.
- Robertson (1939): Langemine $r \rightarrow 2GM$: lõplik omaaeg, lõpmatu välise vaatleja aeg.
- Oppenheimer & Snyder (1939): Sfäärilise mateeria kollaps ületab $r = 2GM$.
- Synge (1950), Kruskal, Szekeres: Schwarzschildi lahendi maksimaalne laiendus.

- Einstein (1915): Üldrelatiivsusteooria, Einsteini võrrandid.
- Schwarzschild (1916): Einsteini võrrandite sfääriliselt sümmeetriline vaakumilahend:

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{r} \right) dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{r} \right)^{-1} dr^2 + r^2(d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2).$$

- Hilbert (1917): Schwarzschildi meetrika komponentide analüüs:
 - Kohas $r = 0$ asub “tõeline”, füüsikaline (kõveruse) singulaarsus.
 - Kohas $r = 2GM$ on $g_{tt} = 0$ ja $g_{rr} \rightarrow \infty$: singulaarsuse iseloom jäi ebaselgeks.
- Painlevé (1921), Gullstrand (1922), Eddington (1924), Lemaître (1932):
 - Schwarzschildi meetrika teistes koordinaatsüsteemides ja teisendused.
 - “Singulaarsus” $r = 2GM$ ei ole füüsikaline, vaid koordinaatefekt.
- Robertson (1939): Langemine $r \rightarrow 2GM$: lõplik omaaeg, lõpmatu välise vaatleja aeg.
- Oppenheimer & Snyder (1939): Sfäärilise mateeria kollaps ületab $r = 2GM$.
- Synge (1950), Kruskal, Szekeres: Schwarzschildi lahendi maksimaalne laiendus.
- Kerr (1963): Schwarzschildi meetrika üldistus, pöörlev vaakumilahend.

1963: aegruumi globaalne struktuur

- Aegruumi kausaalne struktuur?

- Aegruumi kausaalne struktuur?
- **Kausaalsed trajektoolid** $t \mapsto x(t)$:

$$g(\dot{x}, \dot{x}) \leq 0.$$

1963: aegruumi globaalne struktuur

- Aegruumi kausaalne struktuur?
- Kausaalsed trajektoolid $t \mapsto x(t)$:

$$g(\dot{x}, \dot{x}) \leq 0.$$

- Konformne teisendus: $g \mapsto \Omega^2 g$.

1963: aegruumi globaalne struktuur

- Aegruumi kausaalne struktuur?
- Kausaalsed trajektoolid $t \mapsto x(t)$:

$$\Omega^2 g(\dot{x}, \dot{x}) \leq 0.$$

- Konformne teisendus: $g \mapsto \Omega^2 g$.
- ⇒ Kausaalne struktuur jääb samaks.

1963: aegruumi globaalne struktuur

- Aegruumi kausaalne struktuur?
- Kausaalsed trajektoolid $t \mapsto x(t)$:

$$\Omega^2 g(\dot{x}, \dot{x}) \leq 0.$$

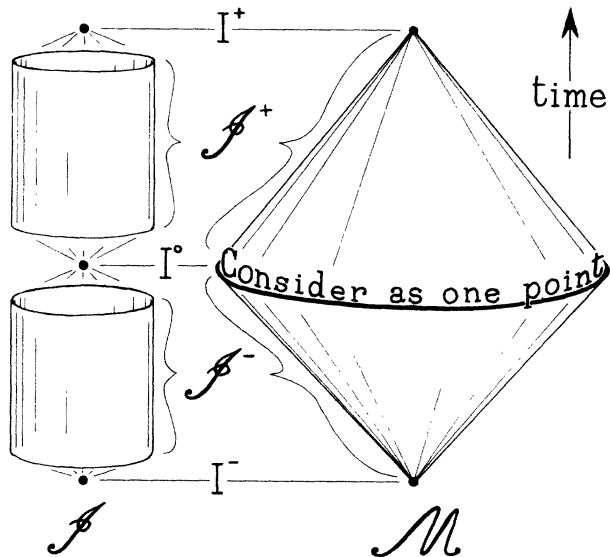
- Konformne teisendus: $g \mapsto \Omega^2 g$.
- ⇒ Kausaalne struktuur jääb samaks.
- Vali $\Omega \rightarrow 0$ aegruumi lõpmatuses.

1963: aegruumi globaalne struktuur

- Aegruumi kausaalne struktuur?
- Kausaalsed trajektoolid $t \mapsto x(t)$:

$$\Omega^2 g(\dot{x}, \dot{x}) \leq 0.$$

- Konformne teisendus: $g \mapsto \Omega^2 g$.
- ⇒ Kausaalne struktuur jääb samaks.
- Vali $\Omega \rightarrow 0$ aegruumi lõpmatuses.
- ⇒ Aegruumi lõplik kujutis \mathcal{M} .



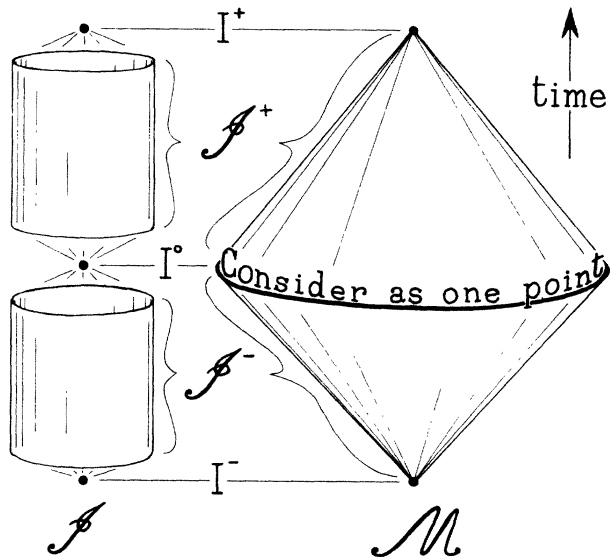
R. Penrose, Phys. Rev. Lett. **10** (1963) 66.

1963: aegruumi globaalne struktuur

- Aegruumi kausaalne struktuur?
- Kausaalsed trajektoolid $t \mapsto x(t)$:

$$\Omega^2 g(\dot{x}, \dot{x}) \leq 0.$$

- Konformne teisendus: $g \mapsto \Omega^2 g$.
- ⇒ Kausaalne struktuur jääb samaks.
- Vali $\Omega \rightarrow 0$ aegruumi lõpmatuses.
- ⇒ Aegruumi lõplik kujutis \mathcal{M} .
- Aegruumi piiri \mathcal{I} komponendid:
 - Tuleviku ajasarnane lõpmatus I^+ .
 - Tuleviku valguse lõpmatus \mathcal{I}^+ .
 - Ruumisarnane lõpmatus I^0 .
 - Mineviku valguse lõpmatus \mathcal{I}^- .
 - Mineviku ajasarnane lõpmatus I^- .



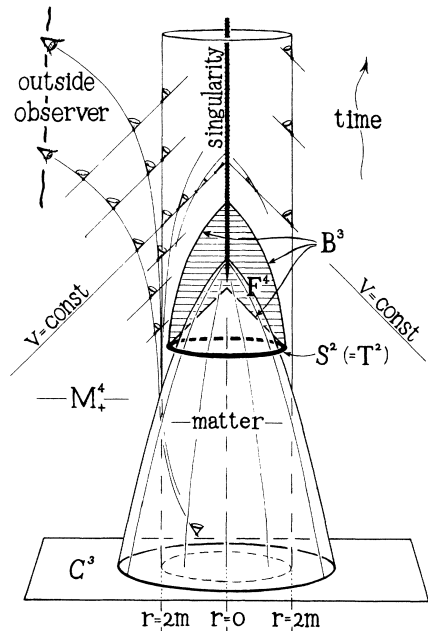
R. Penrose, Phys. Rev. Lett. **10** (1963) 66.

1965: singulaarsuse teke kollapsist

Singulaarsuse teoreem

Singulaarsuse teke on vältimatu, kui:

1. kehtib null energiatingimus,



R. Penrose, Phys. Rev. Lett. **14** (1965) 57.

1965: singulaarsuse teke kollapsist

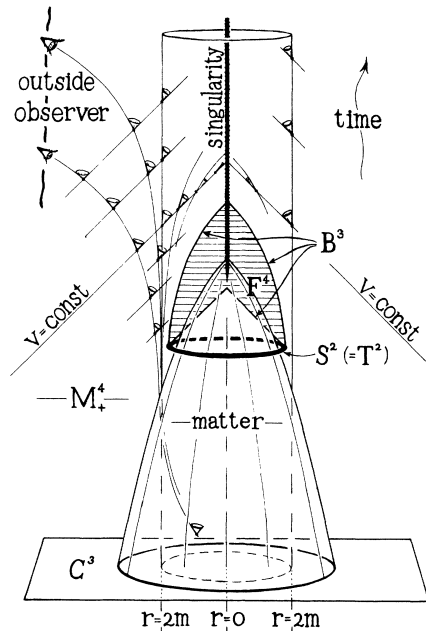
Singulaarsuse teoreem

Singulaarsuse teke on vältimatu, kui:

1. kehtib null energiatingimus,
2. kehtivad Einsteini võrrandid

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu},$$

R. Penrose, Phys. Rev. Lett. **14** (1965) 57.



1965: singulaarsuse teke kollapsist

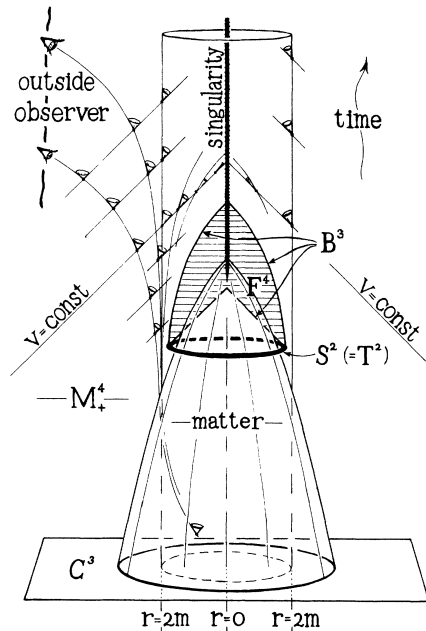
Singulaarsuse teoreem

Singulaarsuse teke on vältimatu, kui:

1. kehtib null energiatingimus,
2. kehtivad Einsteini võrrandid

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu},$$

3. eksisteerivad lõkspinnad T^2 ,



R. Penrose, Phys. Rev. Lett. **14** (1965) 57.

1965: singulaarsuse teke kollapsist

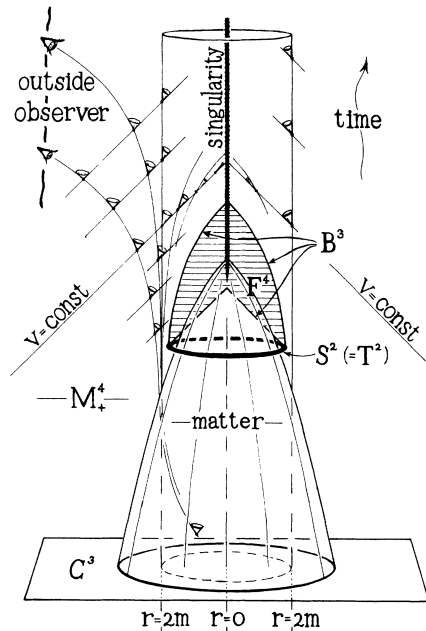
Singulaarsuse teoreem

Singulaarsuse teke on vältimatu, kui:

1. kehtib null energiatingimus,
2. kehtivad Einsteini võrrandid

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu},$$

3. eksisteerivad lõkspinnad T^2 ,
4. eksisteerib Cauchy hüüperpind C^3 .



R. Penrose, Phys. Rev. Lett. **14** (1965) 57.

1965: singulaarsuse teke kollapsist

Singulaarsuse teoreem

Singulaarsuse teke on vältimatu, kui:

1. kehtib null energiatingimus,
2. kehtivad Einsteini võrrandid

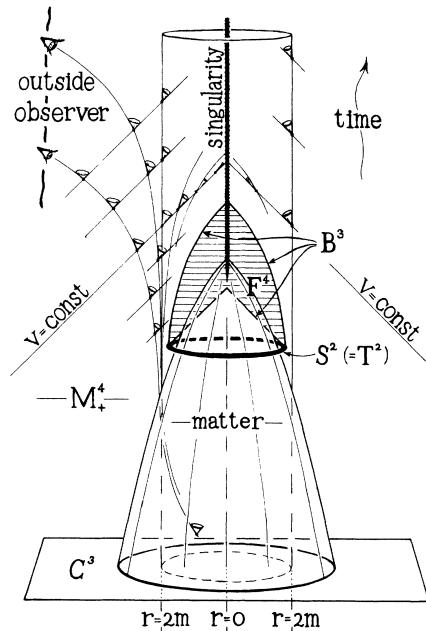
$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu},$$

3. eksisteerivad lõkspinnad T^2 ,
4. eksisteerib Cauchy hüüperpind C^3 .

Cauchy hüüperpind C^3 tähendab:

- Iga kausaalne trajektoor M_+^4 'st lõikab C^3 .
- Andmed C^3 'l täielikult määravad tulevikku M_+^4 .

R. Penrose, Phys. Rev. Lett. **14** (1965) 57.



1. Null energiatingimus:

- Kausaalne energiatihedus ei ole negatiivne.
- $T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}k^\mu k^\nu = 0$.

1. Null energiatingimus:

- Kausaalne energiatihedus ei ole negatiivne.
- $T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}k^\mu k^\nu = 0$.

2. Nõrk energiatingimus:

- Vaadeldud energiatihedus ei ole negatiivne.
- $T_{\mu\nu}X^\mu X^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}X^\mu X^\nu < 0$.

1. Null energiatingimus:

- Kausaalne energiatihedus ei ole negatiivne.
- $T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}k^\mu k^\nu = 0$.

2. Nõrk energiatingimus:

- Vaadeldud energiatihedus ei ole negatiivne.
- $T_{\mu\nu}X^\mu X^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}X^\mu X^\nu < 0$.

3. Domineeriv energiatingimus:

- **Energiavool ei levi valgusest kiiremini.**
- Kehtib 2 ja $-T^{\mu\nu}X_\nu$ suunab tulevikku.

1. Null energiatingimus:

- Kausaalne energiatihedus ei ole negatiivne.
- $T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}k^\mu k^\nu = 0$.

2. Nõrk energiatingimus:

- Vaadeldud energiatihedus ei ole negatiivne.
- $T_{\mu\nu}X^\mu X^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}X^\mu X^\nu < 0$.

3. Domineeriv energiatingimus:

- Energiavool ei levi valgusest kiiremini.
- Kehtib 2 ja $-T^{\mu\nu}X_\nu$ suunab tulevikku.

4. Tugev energiatingimus:

- **Geodeetilised trajektoolid koonduvad.**
- $(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Tg_{\mu\nu})X^\mu X^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}X^\mu X^\nu < 0$.

1. Null energiatingimus:

- Kausaalne energiatihedus ei ole negatiivne.
 - $T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}k^\mu k^\nu = 0$.
- $\Rightarrow \rho + p \geq 0$.

2. Nõrk energiatingimus:

- Vaadeldud energiatihedus ei ole negatiivne.
 - $T_{\mu\nu}X^\mu X^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}X^\mu X^\nu < 0$.
- $\Rightarrow \rho \geq 0, \rho + p \geq 0$.

3. Domineeriv energiatingimus:

- Energiavool ei levi valgusest kiiremini.
 - Kehtib 2 ja $-T^{\mu\nu}X_\nu$ suunab tulevikku.
- $\Rightarrow \rho \geq |p|$.

4. Tugev energiatingimus:

- Geodeetilised trajektoorid koonduvad.
 - $(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Tg_{\mu\nu})X^\mu X^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}X^\mu X^\nu < 0$.
- $\Rightarrow \rho + p \geq 0, \rho + 3p \geq 0$.

- Näide - ideaalne vedelik:

$$T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix}.$$

1. Null energiatingimus: ✓
 - Kausaalne energiatihedus ei ole negatiivne.
 - $T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}k^\mu k^\nu = 0$.
 - ⇒ $\rho + p \geq 0$.
2. Nõrk energiatingimus: ✓
 - Vaadeldud energiatihedus ei ole negatiivne.
 - $T_{\mu\nu}X^\mu X^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}X^\mu X^\nu < 0$.
 - ⇒ $\rho \geq 0, \rho + p \geq 0$.
3. Domineeriv energiatingimus: ✓
 - Energiavool ei levi valgusest kiiremini.
 - Kehtib 2 ja $-T^{\mu\nu}X_\nu$ suunab tulevikku.
 - ⇒ $\rho \geq |p|$.
4. Tugev energiatingimus: ✓
 - Geodeetilised trajektoorid koonduvad.
 - $(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Tg_{\mu\nu})X^\mu X^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}X^\mu X^\nu < 0$.
 - ⇒ $\rho + p \geq 0, \rho + 3p \geq 0$.

- Näide - ideaalne vedelik:

$$T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix}.$$

- Klassikalised vedelikud ($\rho > 0$):
 - Tolm: $p = 0$.

1. Null energiatingimus: ✓
 - Kausaalne energiatiheus ei ole negatiivne.
 - $T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}k^\mu k^\nu = 0$.
 - ⇒ $\rho + p \geq 0$.
2. Nõrk energiatingimus: ✓
 - Vaadeldud energiatiheus ei ole negatiivne.
 - $T_{\mu\nu}X^\mu X^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}X^\mu X^\nu < 0$.
 - ⇒ $\rho \geq 0, \rho + p \geq 0$.
3. Domineeriv energiatingimus: ✓
 - Energiavool ei levi valgusest kiiremini.
 - Kehtib 2 ja $-T^{\mu\nu}X_\nu$ suunab tulevikku.
 - ⇒ $\rho \geq |p|$.
4. Tugev energiatingimus: ✓
 - Geodeetilised trajektoolid koonduvad.
 - $(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Tg_{\mu\nu})X^\mu X^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}X^\mu X^\nu < 0$.
 - ⇒ $\rho + p \geq 0, \rho + 3p \geq 0$.

- Näide - ideaalne vedelik:

$$T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix}.$$

- Klassikalised vedelikud ($\rho > 0$):
 - Tolm: $p = 0$.
 - Kiirgus: $p = \frac{1}{3}\rho$.

1. Null energiatingimus: ✓
 - Kausaalne energiatiheus ei ole negatiivne.
 - $T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}k^\mu k^\nu = 0$.
 - ⇒ $\rho + p \geq 0$.
2. Nõrk energiatingimus: ✓
 - Vaadeldud energiatiheus ei ole negatiivne.
 - $T_{\mu\nu}X^\mu X^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}X^\mu X^\nu < 0$.
 - ⇒ $\rho \geq 0, \rho + p \geq 0$.
3. Domineeriv energiatingimus: ✓
 - Energiavool ei levi valgusest kiiremini.
 - Kehtib 2 ja $-T^{\mu\nu}X_\nu$ suunab tulevikku.
 - ⇒ $\rho \geq |p|$.
4. Tugev energiatingimus: ✗
 - Geodeetilised trajektoorid koonduvad.
 - $(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Tg_{\mu\nu})X^\mu X^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}X^\mu X^\nu < 0$.
 - ⇒ $\rho + p \geq 0, \rho + 3p \geq 0$.

- Näide - ideaalne vedelik:

$$T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix}.$$

- Klassikalised vedelikud ($\rho > 0$):
 - Tolm: $p = 0$.
 - Kiirgus: $p = \frac{1}{3}\rho$.
 - Vaakumienergia: $p = -\rho$.

1. Null energiatingimus: ✓

- Kausaalne energiatihedus ei ole negatiivne.
 - $T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}k^\mu k^\nu = 0$.
- ⇒ $\rho + p \geq 0$.

2. Nõrk energiatingimus: ✓

- Vaadeldud energiatihedus ei ole negatiivne.
 - $T_{\mu\nu}X^\mu X^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}X^\mu X^\nu < 0$.
- ⇒ $\rho \geq 0, \rho + p \geq 0$.

3. Domineeriv energiatingimus: ✓

- Energiavool ei levi valgusest kiiremini.
 - Kehtib 2 ja $-T^{\mu\nu}X_\nu$ suunab tulevikku.
- ⇒ $\rho \geq |p|$.

4. Tugev energiatingimus: ✗

- Geodeetilised trajektoorid koonduvad.
 - $(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Tg_{\mu\nu})X^\mu X^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}X^\mu X^\nu < 0$.
- ⇒ $\rho + p \geq 0, \rho + 3p \geq 0$.

• Näide - ideaalne vedelik:

$$T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix}.$$

• Klassikalised vedelikud ($\rho > 0$):

- Tolm: $p = 0$.
- Kiirgus: $p = \frac{1}{3}\rho$.
- Vaakumienergia: $p = -\rho$.

⇒ Tume energia rikub 4.

1. Null energiatingimus:

- Kausaalne energiatihedus ei ole negatiivne.
 - $T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}k^\mu k^\nu = 0$.
- ⇒ $\rho + p \geq 0$.

2. Nõrk energiatingimus:

- Vaadeldud energiatihedus ei ole negatiivne.
 - $T_{\mu\nu}X^\mu X^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}X^\mu X^\nu < 0$.
- ⇒ $\rho \geq 0, \rho + p \geq 0$.

3. Domineeriv energiatingimus:

- Energiavool ei levi valgusest kiiremini.
 - Kehtib 2 ja $-T^{\mu\nu}X_\nu$ suunab tulevikku.
- ⇒ $\rho \geq |p|$.

4. Tugev energiatingimus:

- Geodeetilised trajektoorid koonduvad.
 - $(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Tg_{\mu\nu})X^\mu X^\nu \geq 0$ kui $g_{\mu\nu}X^\mu X^\nu < 0$.
- ⇒ $\rho + p \geq 0, \rho + 3p \geq 0$.

• Näide - ideaalne vedelik:

$$T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix}.$$

• Klassikalised vedelikud ($\rho > 0$):

- Tolm: $p = 0$.
- Kiirgus: $p = \frac{1}{3}\rho$.
- Vaakumienergia: $p = -\rho$.

⇒ Tume energia rikub 4.

• Kvantväljateoorias:

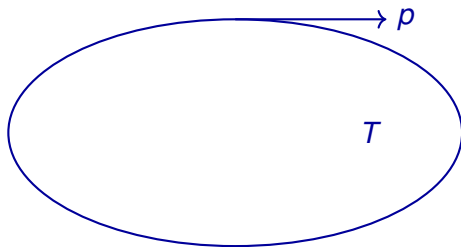
- Kehtivad "kvantvõrratused".
- **Keskmine** energia.

Lõkspinna mõiste

- Kinnine, ruumiline, kahemõõtmiline pind T .
- Valgus levib pinnalt ainult sissepoole.

Lõkspinna mõiste

- Kinnine, ruumiline, kahemõõtmiline pind T .
- Valgus levib pinnalt ainult sissepoole.

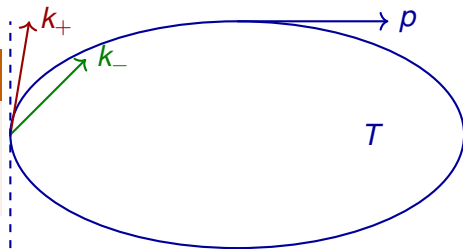


Lõkspinna geomeetriline kirjeldus

- Ruumiline pind T : puutujavektorid $p \parallel T$ on ruumisarnased: $g(p, p) > 0$.

Lõkspinna mõiste

- Kinnine, ruumiline, kahemõõtmiline pind T .
- Valgus levib pinnalt ainult sissepoole.

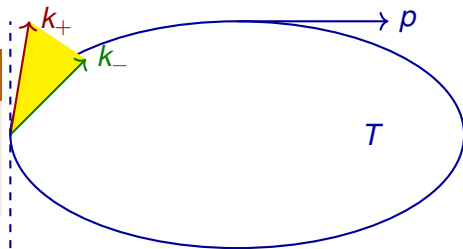


Lõkspinna geomeetiline kirjeldus

- Ruumiline pind T : puutujavektorid $p \parallel T$ on ruumisarnased: $g(p, p) > 0$.
- ⇒ Leidub 2 vektorit k_{\pm} järgnevatel omadustega:
- Vektorid on pinna normaalid $k_{\pm} \perp T$: $g(k_{\pm}, p) = 0$.
 - Vektorid on valgusesarnased: $g(k_+, k_+) = g(k_-, k_-) = 0$.
 - Vektorid on tulevikusuunalised.
 - Vektorite ruumiline komponent on suunatud pinnalt T sissepoole.

Lõkspinna mõiste

- Kinnine, ruumiline, kahemõõtmiline pind T .
- Valgus levib pinnalt ainult sissepoole.



Lõkspinna geomeetriline kirjeldus

- Ruumiline pind T : puutujavektorid $p \parallel T$ on ruumisarnased: $g(p, p) > 0$.
- ⇒ Leidub 2 vektorit k_{\pm} järgnevatel omadustega:
 - Vektorid on pinna normaalid $k_{\pm} \perp T$: $g(k_{\pm}, p) = 0$.
 - Vektorid on valgusesarnased: $g(k_+, k_+) = g(k_-, k_-) = 0$.
 - Vektorid on tulevikusuunalised.
 - Vektorite ruumiline komponent on suunatud pinnalt T sissepoole.
- ⇒ Vektorid k_{\pm} kirjeldavad valguse levimist, kogu valgus levib pinnalt T sissepoole.

Singulaarsused ja geodeetiline (eba)täielikkus

- Testkehad ja vaatlejad jälgivad **trajektoori** $t \mapsto x^\mu(t)$ aegruumis.

Singulaarsused ja geodeetiline (eba)täielikkus

- Testkehad ja vaatlejad jälgivad trajektoori $t \mapsto x^\mu(t)$ aegruumis.
- Kaasaviidud kell näitab omaaega s :

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{-g_{\mu\nu}(x(t))\dot{x}^\mu(t)\dot{x}^\nu(t)}.$$

Singulaarsused ja geodeetiline (eba)täielikkus

- Testkehad ja vaatlejad jälgivad trajektoori $t \mapsto x^\mu(t)$ aegruumis.
- Kaasaviidud kell näitab omaaega s :

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{-g_{\mu\nu}(x(t))\dot{x}^\mu(t)\dot{x}^\nu(t)}.$$

- Vabalangemine: trajektoor on **geodeetiline joon**; pikkusefunktsionaali ekstremaal:

$$s_2 - s_1 = \int_{s_1}^{s_2} ds = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{-g_{\mu\nu}(x(t))\dot{x}^\mu(t)\dot{x}^\nu(t)} dt.$$

Singulaarsused ja geodeetiline (eba)täielikkus

- Testkehad ja vaatlejad jälgivad trajektoori $t \mapsto x^\mu(t)$ aegruumis.
- Kaasaviidud kell näitab omaaega s :

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{-g_{\mu\nu}(x(t))\dot{x}^\mu(t)\dot{x}^\nu(t)}.$$

- Vabalangemine: trajektoor on geodeetiline joon; pikkusefunktsionaali ekstremaal:

$$s_2 - s_1 = \int_{s_1}^{s_2} ds = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{-g_{\mu\nu}(x(t))\dot{x}^\mu(t)\dot{x}^\nu(t)} dt.$$

- Aegruum on **geodeetiliselt täielik**, kui iga geodeetiline joon on piirilt pikendatav.

Singulaarsused ja geodeetiline (eba)täielikkus

- Testkehad ja vaatlejad jälgivad trajektoori $t \mapsto x^\mu(t)$ aegruumis.
- Kaasaviidud kell näitab omaaega s :

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{-g_{\mu\nu}(x(t))\dot{x}^\mu(t)\dot{x}^\nu(t)}.$$

- Vabalangemine: trajektoor on geodeetiline joon; pikkusefunktsionaali ekstremaal:

$$s_2 - s_1 = \int_{s_1}^{s_2} ds = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{-g_{\mu\nu}(x(t))\dot{x}^\mu(t)\dot{x}^\nu(t)} dt.$$

- Aegruum on geodeetiliselt täielik, kui iga geodeetiline joon on piiritult pikendatav.
- **Singulaarsus** on geodeetiline ebatäielikkus aegruumis.

Singulaarsused ja geodeetiline (eba)täielikkus

- Testkehad ja vaatlejad jälgivad trajektoori $t \mapsto x^\mu(t)$ aegruumis.
- Kaasaviidud kell näitab omaaega s :

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{-g_{\mu\nu}(x(t))\dot{x}^\mu(t)\dot{x}^\nu(t)}.$$

- Vabalangemine: trajektoor on geodeetiline joon; pikkusefunktsionaali ekstremaal:

$$s_2 - s_1 = \int_{s_1}^{s_2} ds = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{-g_{\mu\nu}(x(t))\dot{x}^\mu(t)\dot{x}^\nu(t)} dt.$$

- Aegruum on geodeetiliselt täielik, kui iga geodeetiline joon on piiritult pikendatav.
- Singulaarsus on geodeetiline ebatäielikkus aegruumis.

⇒ Singulaarsus on koht. . .

- kuhu vabalangev vaatleja jõuab lõpliku omaaja jooksul;
- kust ei ole võimalik vabalangemistrajektoori edasi pikendada.

Singulaarsused ja geodeetiline (eba)täielikkus

- Testkehad ja vaatlejad jälgivad trajektoori $t \mapsto x^\mu(t)$ aegruumis.
- Kaasaviidud kell näitab omaaega s :

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{-g_{\mu\nu}(x(t))\dot{x}^\mu(t)\dot{x}^\nu(t)}.$$

- Vabalangemine: trajektoor on geodeetiline joon; pikkusefunktsionaali ekstremaal:

$$s_2 - s_1 = \int_{s_1}^{s_2} ds = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{-g_{\mu\nu}(x(t))\dot{x}^\mu(t)\dot{x}^\nu(t)} dt.$$

- Aegruum on geodeetiliselt täielik, kui iga geodeetiline joon on piirult pikendatav.
 - Singulaarsus on geodeetiline ebatäielikkus aegruumis.
- ⇒ Singulaarsus on koht. . .
- kuhu vabalangev vaatleja jõuab lõpliku omaaja jooksul;
 - kust ei ole võimalik vabalangemistrajektoori edasi pikendada.

⚡ **Vabalangeva vaatleja saatus ei ole liikumisvõrranditest ennustatav!**

⚡ Singulaarsuses kaob etteennustatavus.

1969: kosmilise tsensuuri hüpotees - sündmushorisont

- ⚡ Singulaarsuses kaob etteennustatavus.
- Etteennustatavus välise vaatleja jaoks?

⚡ Singulaarsuses kaob etteennustatavus.

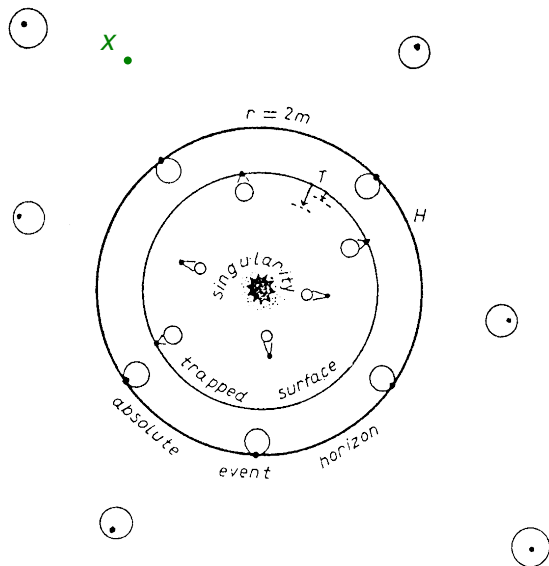
● Etteennustatavus välise vaatleja jaoks?

↪ Kuidas vältida mõju välisele vaatlejale:

- Informatsioon ei pääse singulaarsusest välismaailma.
- Singulaarsused tekivad ainult sündmushorisondi taga.

1969: kosmilise tsensuuri hüpotees - sündmushorisont

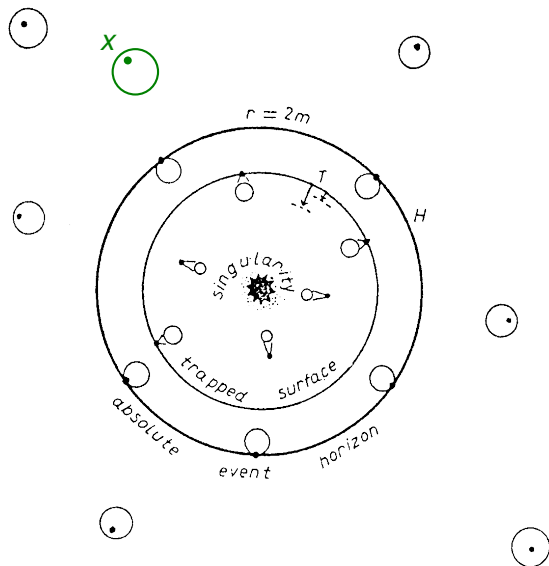
- ⚡ Singulaarsuses kaob etteennustatavus.
- Etteennustatavus välise vaatleja jaoks?
- ↪ Kuidas vältida mõju välisele vaatlejale:
 - Informatsioon ei pääse singulaarsusest välismaailma.
 - Singulaarsused tekivad ainult sündmushorisondi taga.
- Valguse levimine välismaailmas:
 - Sündmusest $x...$



R. Penrose, Riv. Nuovo Cim. 1 (1969) 252.

1969: kosmilise tsensuuri hüpotees - sündmushorisont

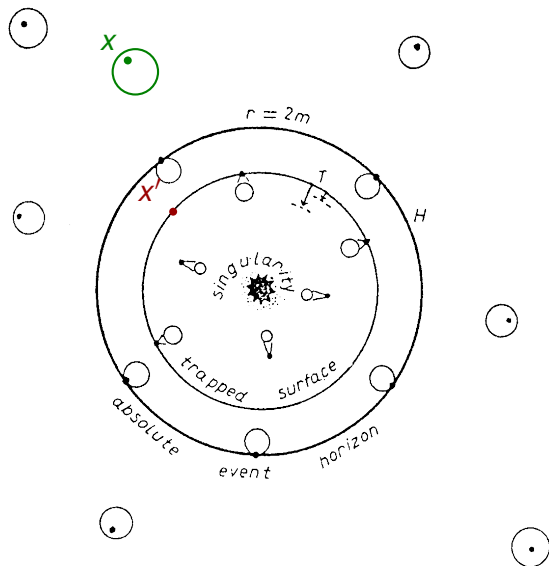
- ⚡ Singulaarsuses kaob etteennustatavus.
- Etteennustatavus välise vaatleja jaoks?
- ↪ Kuidas vältida mõju välisele vaatlejale:
 - Informatsioon ei pääse singulaarsusest välismaailma.
 - Singulaarsused tekivad ainult sündmushorisondi taga.
- Valguse levimine välismaailmas:
 - Sündmusest $x...$
 - ... levib **valgus** igas suunas.



R. Penrose, Riv. Nuovo Cim. 1 (1969) 252.

1969: kosmilise tsensuuri hüpotees - sündmushorisont

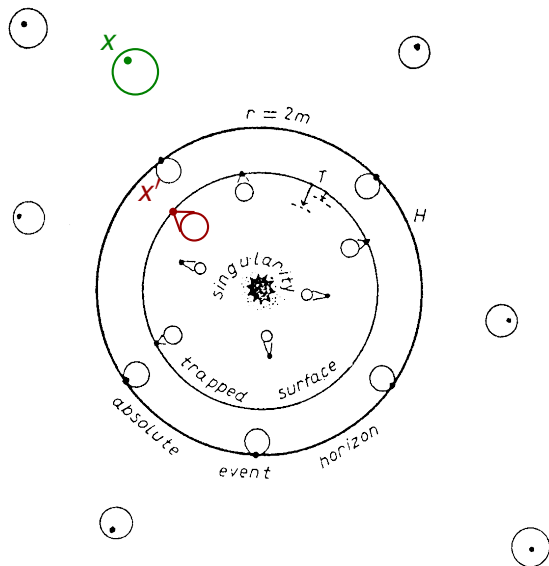
- ⚡ Singulaarsuses kaob etteennustatavus.
- Etteennustatavus välise vaatleja jaoks?
- ↪ Kuidas vältida mõju välisele vaatlejale:
 - Informatsioon ei pääse singulaarsusest välismaailma.
 - Singulaarsused tekivad ainult sündmushorisondi taga.
- Valguse levimine välismaailmas:
 - Sündmusest $x...$
 - ...levib **valgus** igas suunas.
- Valguse levimine mustas augus:
 - Sündmusest $x'...$



R. Penrose, Riv. Nuovo Cim. 1 (1969) 252.

1969: kosmilise tsensuuri hüpotees - sündmushorisont

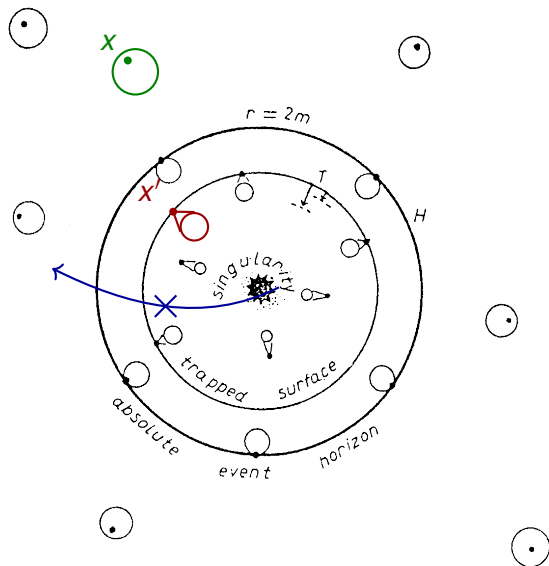
- ⚡ Singulaarsuses kaob etteennustatavus.
- Etteennustatavus välise vaatleja jaoks?
- ↪ Kuidas vältida mõju välisele vaatlejale:
 - Informatsioon ei pääse singulaarsusest välismaailma.
 - Singulaarsused tekivad ainult sündmushorisondi taga.
- Valguse levimine välismaailmas:
 - Sündmusest $x...$
 - ... levib **valgus** igas suunas.
- Valguse levimine mustas augus:
 - Sündmusest $x'...$
 - ... levib **valgus** ainult sissepoole.



R. Penrose, Riv. Nuovo Cim. 1 (1969) 252.

1969: kosmilise tsensuuri hüpotees - sündmushorisont

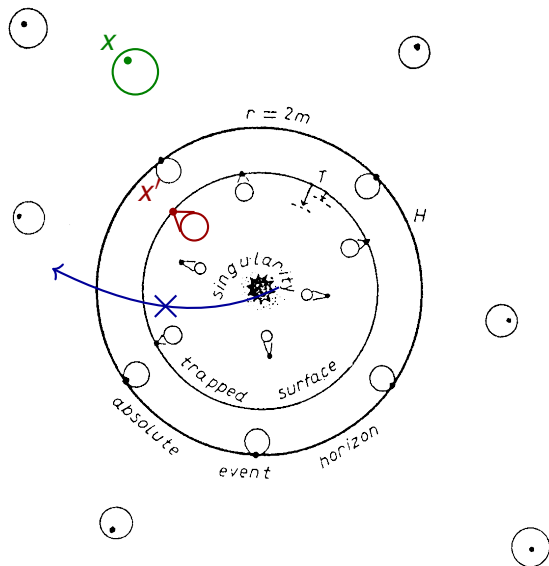
- ⚡ Singulaarsuses kaob etteennustatavus.
- Etteennustatavus välise vaatleja jaoks?
- ⇒ Kuidas vältida mõju välisele vaatlejale:
 - Informatsioon ei pääse singulaarsusest välismaailma.
 - Singulaarsused tekivad ainult sündmushorisondi taga.
- Valguse levimine välismaailmas:
 - Sündmusest $x...$
 - ... levib **valgus** igas suunas.
- Valguse levimine mustas augus:
 - Sündmusest $x'...$
 - ... levib **valgus** ainult sissepoole.
- ⇒ Singulaarsus ei mõju välismaailmale.



R. Penrose, Riv. Nuovo Cim. 1 (1969) 252.

1969: kosmilise tsensuuri hüpotees - sündmushorisont

- ⚡ Singulaarsuses kaob etteennustatavus.
- Etteennustatavus välise vaatleja jaoks?
- ⇒ Kuidas vältida mõju välisele vaatlejale:
 - Informatsioon ei pääse singulaarsusest välismaailma.
 - Singulaarsused tekivad ainult sündmushorisondi taga.
- Valguse levimine välismaailmas:
 - Sündmusest $x...$
 - ... levib **valgus** igas suunas.
- Valguse levimine mustas augus:
 - Sündmusest $x'...$
 - ... levib **valgus** ainult sissepoole.
- ⇒ Singulaarsus ei mõju välismaailmale.
- ⇒ **Välismaailm jääb ennustatavaks.**



R. Penrose, Riv. Nuovo Cim. 1 (1969) 252.

- Must auk massiga m ja pöördeparameetriga a Boyer-Lindquisti koordinaatides:

$$x = \sqrt{r^2 + a^2} \sin \vartheta \cos \varphi, \quad y = \sqrt{r^2 + a^2} \sin \vartheta \sin \varphi, \quad z = r \cos \vartheta.$$

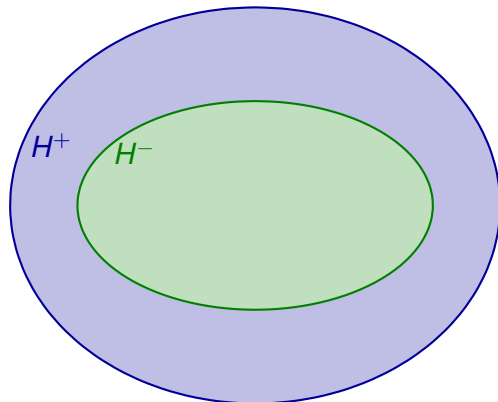
Pöörlevad mustad augud ja Kerri meetrika

- Must auk massiga m ja pöördeparameetriga a Boyer-Lindquisti koordinaatides:

$$x = \sqrt{r^2 + a^2} \sin \vartheta \cos \varphi, \quad y = \sqrt{r^2 + a^2} \sin \vartheta \sin \varphi, \quad z = r \cos \vartheta.$$

- Horisondid H^\pm , kus $g_{rr}^{-1} = 0$:

$$r_H^\pm = m \pm \sqrt{m^2 - a^2}.$$



Pöörlevad mustad augud ja Kerri meetrika

- Must auk massiga m ja pöördeparameetriga a Boyer-Lindquisti koordinaatides:

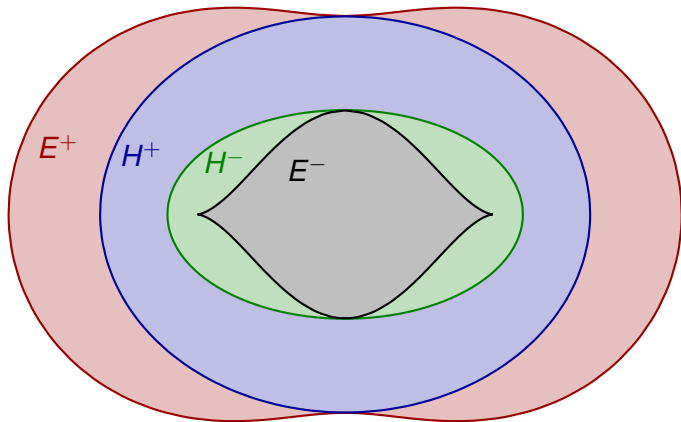
$$x = \sqrt{r^2 + a^2} \sin \vartheta \cos \varphi, \quad y = \sqrt{r^2 + a^2} \sin \vartheta \sin \varphi, \quad z = r \cos \vartheta.$$

- Horisondid H^\pm , kus $g_{rr}^{-1} = 0$:

$$r_H^\pm = m \pm \sqrt{m^2 - a^2}.$$

- Ergopinnad E^\pm , kus $g_{tt} = 0$:

$$r_E^\pm = m \pm \sqrt{m^2 - a^2 \cos^2 \vartheta}.$$



Pöörlevad mustad augud ja Kerri meetrika

- Must auk massiga m ja pöördeparameetriga a Boyer-Lindquisti koordinaatides:

$$x = \sqrt{r^2 + a^2} \sin \vartheta \cos \varphi, \quad y = \sqrt{r^2 + a^2} \sin \vartheta \sin \varphi, \quad z = r \cos \vartheta.$$

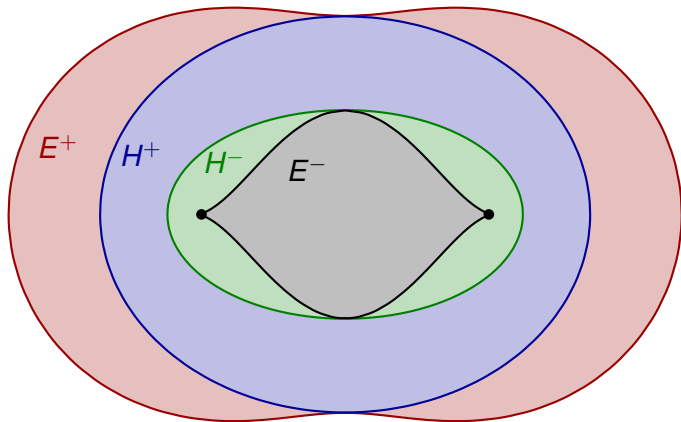
- Horisondid H^\pm , kus $g_{rr}^{-1} = 0$:

$$r_H^\pm = m \pm \sqrt{m^2 - a^2}.$$

- Ergopinnad E^\pm , kus $g_{tt} = 0$:

$$r_E^\pm = m \pm \sqrt{m^2 - a^2 \cos^2 \vartheta}.$$

- Ringikujuline singulaarsus $r = 0$.



Pöörlevad mustad augud ja Kerri meetrika

- Must auk massiga m ja pöördeparameetriga a Boyer-Lindquisti koordinaatides:

$$x = \sqrt{r^2 + a^2} \sin \vartheta \cos \varphi, \quad y = \sqrt{r^2 + a^2} \sin \vartheta \sin \varphi, \quad z = r \cos \vartheta.$$

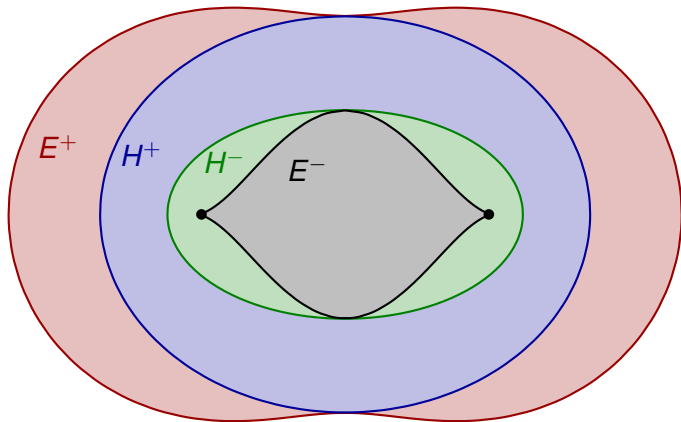
- Horisondid H^\pm , kus $g_{rr}^{-1} = 0$:

$$r_H^\pm = m \pm \sqrt{m^2 - a^2}.$$

- Ergopinnad E^\pm , kus $g_{tt} = 0$:

$$r_E^\pm = m \pm \sqrt{m^2 - a^2 \cos^2 \vartheta}.$$

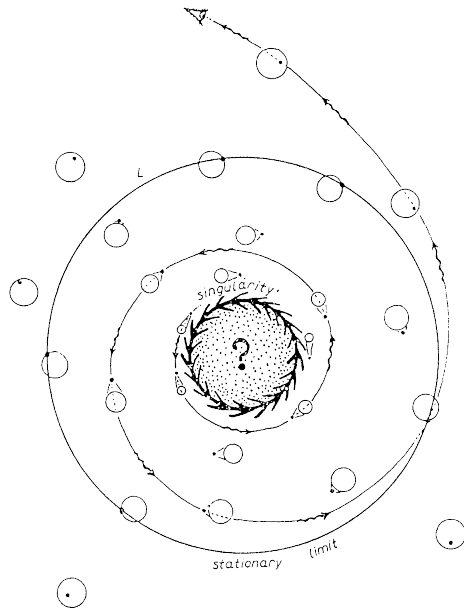
- Ringikujuline singulaarsus $r = 0$.
- Ergosfäär E^+ ja H^+ vahel:
 - Vältimatu kaasapöörlemine.
 - Võimalik negatiivne energia.



- Kerri horisondid H^\pm sõltuvad parameetritest:
 - $a = 0$: Schwarzschild; üks horisont $r_+ = 2m$.
 - $0 < a < m$: kaks horisonti.
 - $a = m$: horisondid langevad kokku, $r_\pm = m$.
 - ⚡ $a > m$: horisondid kaovad ära.

1969: kosmilise tsensuuri hüpotees - paljad singulaarsused

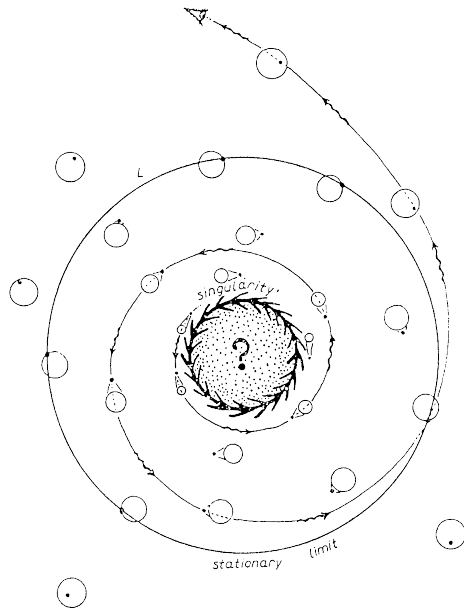
- Kerri horisonid H^\pm sõltuvad parameetritest:
 - $a = 0$: Schwarzschild; üks horisont $r_+ = 2m$.
 - $0 < a < m$: kaks horisonti.
 - $a = m$: horisonid langevad kokku, $r_\pm = m$.
 - ⚡ $a > m$: horisonid kaovad ära.
- ⚡ “Paljas singulaarsus”:
 - Singulaarsus ilma horisondita.
 - Valgus pääseb singulaarsusest välismaailma.
 - ⚡ Etteennustatavus kaob ära.



R. Penrose, Riv. Nuovo Cim. 1 (1969) 252.

1969: kosmilise tsensuuri hüpotees - paljad singulaarsused

- Kerri horisonid H^\pm sõltuvad parameetritest:
 - $a = 0$: Schwarzschild; üks horisont $r_+ = 2m$.
 - $0 < a < m$: kaks horisonti.
 - $a = m$: horisonid langevad kokku, $r_\pm = m$.
 - ⚡ $a > m$: horisonid kaovad ära.
- ⚡ “Paljas singulaarsus”:
 - Singulaarsus ilma horisonidita.
 - Valgus pääseb singulaarsusest välismaailma.
 - ⚡ Etteennustatavus kaob ära.



(Nõrk) kosmilise tsensuuri hüpotees

Grav. kollapsis ei saa tekkida paljas singulaarsus.

R. Penrose, Riv. Nuovo Cim. 1 (1969) 252.

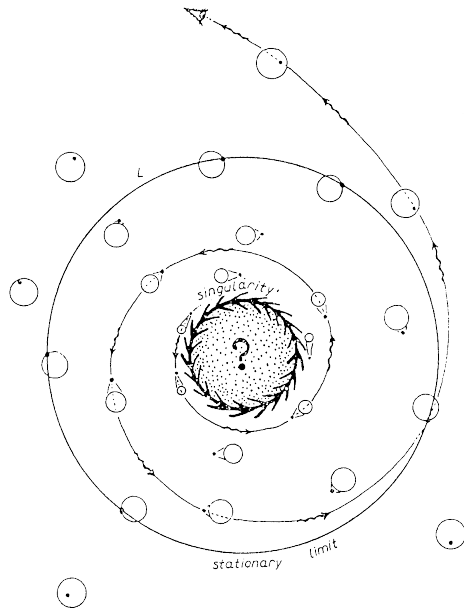
1969: kosmilise tsensuuri hüpotees - paljad singulaarsused

- Kerri horisonid H^\pm sõltuvad parameetritest:
 - $a = 0$: Schwarzschild; üks horisont $r_+ = 2m$.
 - $0 < a < m$: kaks horisonti.
 - $a = m$: horisonid langevad kokku, $r_\pm = m$.
 - ⚡ $a > m$: horisonid kaovad ära.
- ⚡ “Paljas singulaarsus”:
 - Singulaarsus ilma horisondita.
 - Valgus pääseb singulaarsusest välismaailma.
 - ⚡ Etteennustatavus kaob ära.
- ⚡ Siiski: Suur Pauk \leftrightarrow paljas singulaarsus.

(Nörk) kosmilise tsensuuri hüpotees

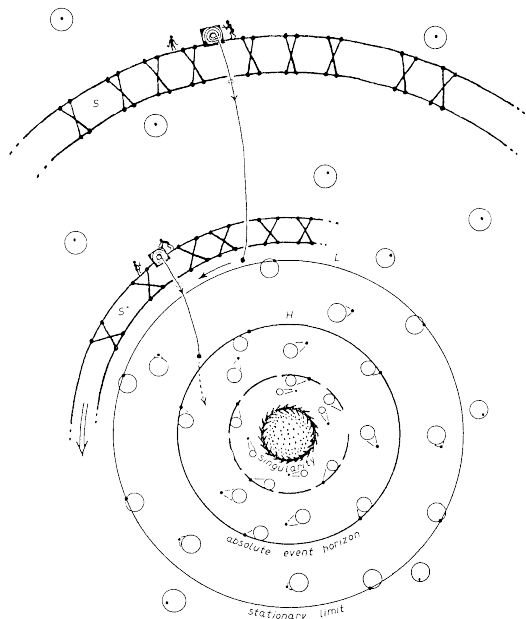
Grav. kollapsis ei saa tekkida paljas singulaarsus.

R. Penrose, Riv. Nuovo Cim. **1** (1969) 252.



1969 & 1971: pöördeenergia väljavõte mustast august

Energia väljavõte pöörlevast mustast august?



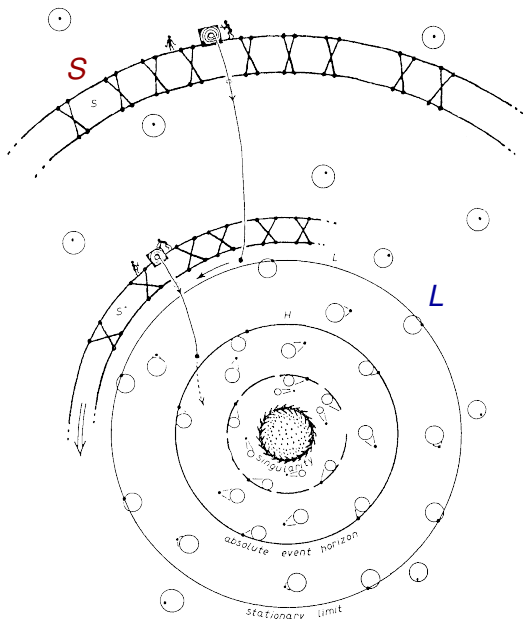
R. Penrose, Riv. Nuovo Cim. **1** (1969) 252.

1969 & 1971: pöördeenergia väljavõte mustast august

Energia väljavõte pöörlevast mustast august?

- Esimene samm:

- Staatiline kest S ümber musta augu.
- Nööriga langetatakse massi m .
- Vedruga kogutakse langemisenergiat.
- Saab langetada kuni statsionaarse piirini L .
- Saavutatud vedruenergia: $E = mc^2$.

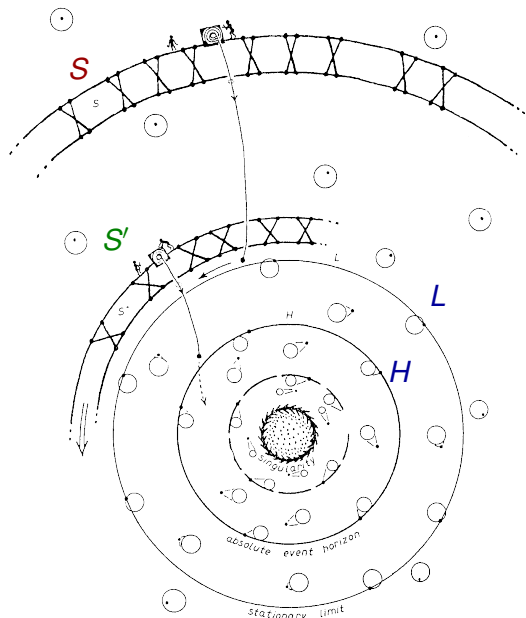


R. Penrose, Riv. Nuovo Cim. 1 (1969) 252.

1969 & 1971: pöördeenergia väljavõte mustast august

Energia väljavõte pöörlevast mustast august?

- Esimene samm:
 - Staatiline kest S ümber musta augu.
 - Nööriga langetatakse massi m .
 - Vedruga kogutakse langemisenergiat.
 - Saab langetada kuni statsionaarse piirini L .
 - Saavutatud vedruenergia: $E = mc^2$.
- Teine samm:
 - Kaasapöörlev kest S' ümber musta augu.
 - Nööriga langetatakse massi m .
 - Vedruga kogutakse langemisenergiat.
 - Saab langetada kuni horisondini H .
 - Saavutatud vedruenergia: $E > mc^2$.

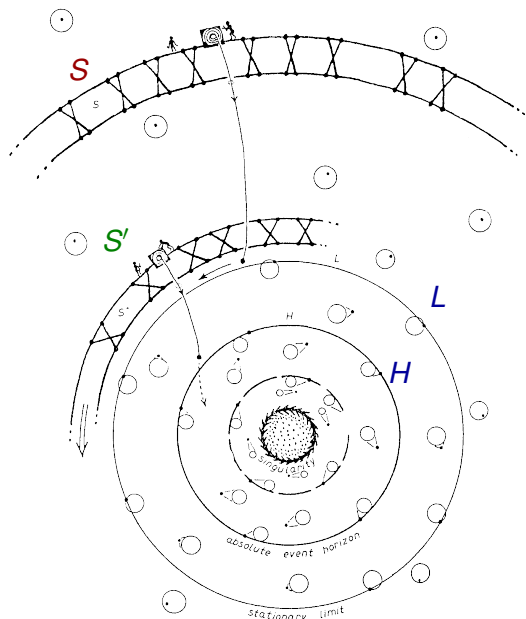


R. Penrose, Riv. Nuovo Cim. **1** (1969) 252.

1969 & 1971: pöördeenergia väljavõte mustast august

Energia väljavõte pöörlevast mustast august?

- Esimene samm:
 - Staatiline kest S ümber musta augu.
 - Nööriga langetatakse massi m .
 - Vedruga kogutakse langemisenergiat.
 - Saab langetada kuni statsionaarse piirini L .
 - Saavutatud vedruenergia: $E = mc^2$.
- Teine samm:
 - Kaasapöörlev kest S' ümber musta augu.
 - Nööriga langetatakse massi m .
 - Vedruga kogutakse langemisenergiat.
 - Saab langetada kuni horisondini H .
 - Saavutatud vedruenergia: $E > mc^2$.
- Energia bilanss:
 - Alustasime massist energiaga mc^2 .
 - Vedrudes kogusime energiat $E > mc^2$.
 - Korjasime energiat mustast august.



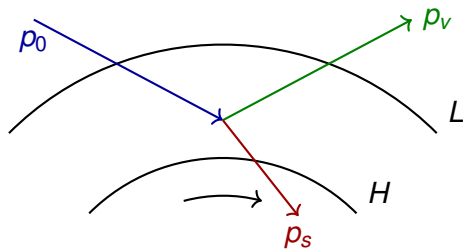
R. Penrose, Riv. Nuovo Cim. 1 (1969) 252.

Lagunemise Penrose protsess

- Punktosakese lagunemine ergosfääris:

$$p_0 = p_v + p_s.$$

- Ergosfääris on võimalik $p_s^0 = E_s < 0$.
- ⇒ Väljapääseval osakesel on $p_v^0 = E_v > E_0 = p_0^0$.
- ⚡ Efektiivsus vajab relativistlikku lagunemist.

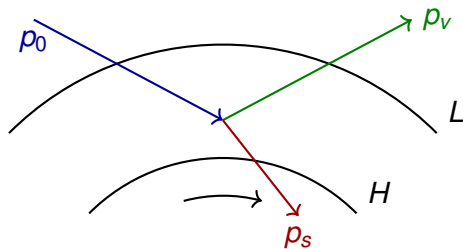


Lagunemise Penrose protsess

- Punktosakese lagunemine ergosfääris:

$$p_0 = p_v + p_s.$$

- Ergosfääris on võimalik $p_s^0 = E_s < 0$.
- ⇒ Väljapääseval osakesel on $p_v^0 = E_v > E_0 = p_0^0$.
- ⚡ Efektiivsus vajab relativistlikku lagunemist.

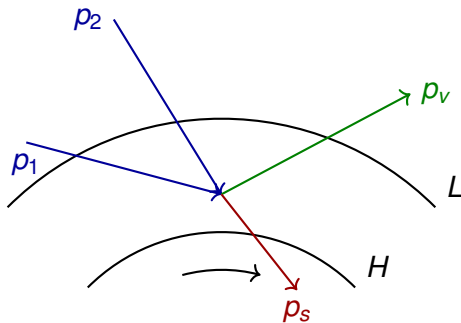


Kokkupõrke Penrose protsess

- Ergosfääris tekib relativistlik kokkupõrge:

$$p_1 + p_2 = p_v + p_s.$$

- ⇒ Sama printsiip, aga efektiivsem protsess.



- Näiv horisont: kõikide lõkspindade välimine piir.
 - ✓ Lokaalne mõiste mida saab tuvastada valguse / gravitatsiooni vaatlustega.
 - ⚡ Relatiivne mõiste: asukoht ja olemasolu sõltuvad vaatlejast ja koordinaatidest.

- Näiv horisont: kõikide lõkspindade välimine piir.
 - ✓ Lokaalne mõiste mida saab tuvastada valguse / gravitatsiooni vaatlustega.
 - ⚡ Relatiivne mõiste: asukoht ja olemasolu sõltuvad vaatlejast ja koordinaatidest.
- Absoluutne (sündmus)horisont: piir millest informatsioon ei pääse välismaailma.
 - ✓ Absoluutne mõiste mis ei sõltu konkreetsest vaatlejast või koordinaatidest.
 - ⚡ “Välismaailm” defineeritud ainult asümptootiliselt tasases aegruumis.
 - ⚡ Mõiste nõuab vaatlejaid “lõpmatuses” et määrata kas informatsioon neile levib.

- Näiv horisont: kõikide lõkspindade välimine piir.
 - ✓ Lokaalne mõiste mida saab tuvastada valguse / gravitatsiooni vaatlustega.
 - ⚡ Relatiivne mõiste: asukoht ja olemasolu sõltuvad vaatlejast ja koordinaatidest.
- Absoluutne (sündmus)horisont: piir millest informatsioon ei pääse välismaailma.
 - ✓ Absoluutne mõiste mis ei sõltu konkreetsest vaatlejast või koordinaatidest.
 - ⚡ “Välismaailm” defineeritud ainult asümptootiliselt tasases aegruumis.
 - ⚡ Mõiste nõuab vaatlejaid “lõpmatuses” et määrata kas informatsioon neile levib.
- Killingi horisont: sümmeetriat genereeriv vektorväli X rahuldab $g(X, X) = 0$.
 - ✓ Lokaalne mõiste mida saab tuvastada sümmeetriat ja gravitatsiooni uurides.
 - ✓ Võimalik defineerida pinnagravitatsiooni, mis määrab musta augu termodünaamikat.
 - ⚡ Defineeritud ainult sümmeetrilise, mitte dünaamilise musta augu puhul.

- Näiv horisont: kõikide lõkspindade välimine piir.
 - ✓ Lokaalne mõiste mida saab tuvastada valguse / gravitatsiooni vaatlustega.
 - ⚡ Relatiivne mõiste: asukoht ja olemasolu sõltuvad vaatlejast ja koordinaatidest.
- Absoluutne (sündmus)horisont: piir millest informatsioon ei pääse välismaailma.
 - ✓ Absoluutne mõiste mis ei sõltu konkreetsest vaatlejast või koordinaatidest.
 - ⚡ “Välismaailm” defineeritud ainult asümptootiliselt tasases aegruumis.
 - ⚡ Mõiste nõuab vaatlejaid “lõpmatuses” et määrata kas informatsioon neile levib.
- Killingi horisont: sümmeetriat genereeriv vektorväli X rahuldab $g(X, X) = 0$.
 - ✓ Lokaalne mõiste mida saab tuvastada sümmeetriat ja gravitatsiooni uurides.
 - ✓ Võimalik defineerida pinnagravitatsiooni, mis määrab musta augu termodünaamikat.
 - ⚡ Defineeritud ainult sümmeetrilise, mitte dünaamilise musta augu puhul.
- Cauchy horisont: piir kust edasi dünaamika ei ole määratud algtingimustest.
 - Horisont koosneb punktidest mille kausaalses minevikus asub singulaarsus.
 - Tugev kosmilise tsensuuri hüpotees: grav. kollaps ei tekita sellist olukorda.
 - ⚡ Cauchy horisont on pöörlevate mustade aukude tüüpiline omadus.

1974: veel tugevam kosmiline tsensuur?

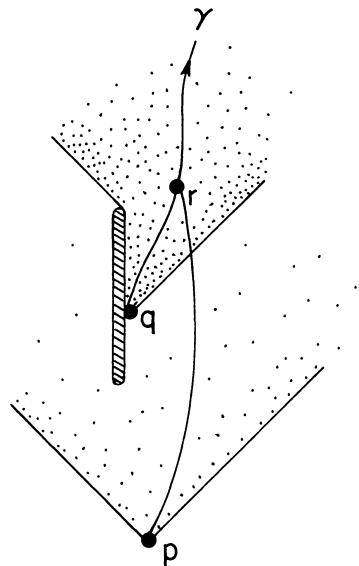
- Meeldetuletus: nõrk kosmilise tsensuuri hüpotees:
 - Grav. kollapsis ei teki paljas singulaarsus.
 - Informatsioon ei pääse singulaarsusest välismaailma.
 - Välismaailma areng on ennustatav algtingimustest.

1974: veel tugevam kosmiline tsensuur?

- Meeldetuletus: nõrk kosmilise tsensuuri hüpotees:
 - Grav. kollapsis ei teki paljas singulaarsus.
 - Informatsioon ei pääse singulaarsusest välismaailma.
 - Välismaailma areng on ennustatav algtingimustest.
- Etteennustatavus (nt pöörleva) musta augu sees?

1974: veel tugevam kosmiline tsensuur?

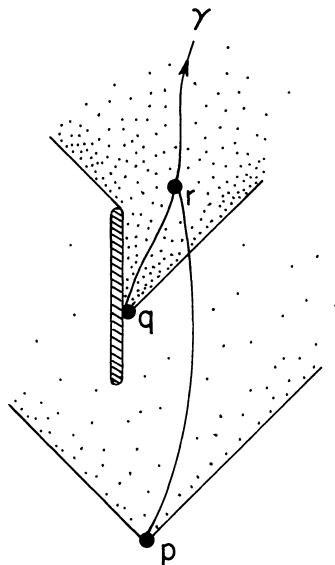
- Meeldetuletus: nõrk kosmilise tsensuuri hüpotees:
 - Grav. kollapsis ei teki paljas singulaarsus.
 - Informatsioon ei pääse singulaarsusest välismaailma.
 - Välismaailma areng on ennustatav algtingimustest.
- Etteennustatavus (nt pöörleva) musta augu sees?
- “Paljas singulaarsus” - uus definitsioon:
 - Eksisteerib punkt q singulaarsuse peal...
 - ... ja punktid p ja r kausaalsel trajektoril γ ...
 - ... nii et q on punkti p tulevikus ja r minevikus.



R. Penrose, IAU Symposium 1974, lk. 82-91.

1974: veel tugevam kosmiline tsensuur?

- Meeldetuletus: nõrk kosmilise tsensuuri hüpotees:
 - Grav. kollapsis ei teki paljas singulaarsus.
 - Informatsioon ei pääse singulaarsusest välismaailma.
 - Välismaailma areng on ennustatav algtingimustest.
- Etteennustatavus (nt pöörleva) musta augu sees?
- “Paljas singulaarsus” - uus definitsioon:
 - Eksisteerib punkt q singulaarsuse peal...
 - ... ja punktid p ja r kausaalsel trajektoril γ ...
 - ... nii et q on punkti p tulevikus ja r minevikus.
- Selle definitsiooni järgi ei ole paljad:
 - Schwarzschildi singulaarsus (ei ole sellist r).
 - Suure Paugu singulaarsus (ei ole sellist p).



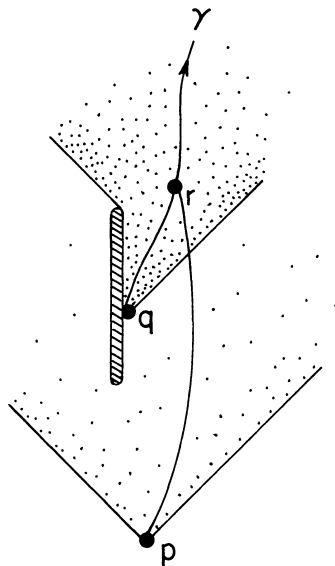
R. Penrose, IAU Symposium 1974, lk. 82-91.

1974: veel tugevam kosmiline tsensuur?

- Meeldetuletus: nõrk kosmilise tsensuuri hüpotees:
 - Grav. kollapsis ei teki paljas singulaarsus.
 - Informatsioon ei pääse singulaarsusest välismaailma.
 - Välismaailma areng on ennustatav algtingimustest.
- Etteennustatavus (nt pöörleva) musta augu sees?
- “Paljas singulaarsus” - uus definitsioon:
 - Eksisteerib punkt q singulaarsuse peal...
 - ... ja punktid p ja r kausaalsel trajektoorigil γ ...
 - ... nii et q on punkti p tulevikus ja r minevikus.
- Selle definitsiooni järgi ei ole paljad:
 - Schwarzschildi singulaarsus (ei ole sellist r).
 - Suure Paugu singulaarsus (ei ole sellist p).

↪ Tugev kosmilise tsensuuri hüpotees:

- Grav. kollapsis ei teki mainitud olukord.
- Musta augu sisene areng järeldeb algtingimustest.

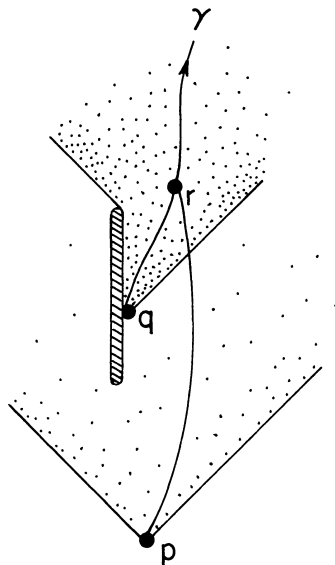


1974: veel tugevam kosmiline tsensuur?

- Meeldetuletus: nõrk kosmilise tsensuuri hüpotees:
 - Grav. kollapsis ei teki paljas singulaarsus.
 - Informatsioon ei pääse singulaarsusest välismaailma.
 - Välismaailma areng on ennustatav algtingimustest.
- Etteennustatavus (nt pöörleva) musta augu sees?
- “Paljas singulaarsus” - uus definitsioon:
 - Eksisteerib punkt q singulaarsuse peal...
 - ... ja punktid p ja r kausaalsel trajektoril γ ...
 - ... nii et q on punkti p tulevikus ja r minevikus.
- Selle definitsiooni järgi ei ole paljad:
 - Schwarzschildi singulaarsus (ei ole sellist r).
 - Suure Paugu singulaarsus (ei ole sellist p).
- ↪ Tugev kosmilise tsensuuri hüpotees:
 - Grav. kollapsis ei teki mainitud olukord.
 - Musta augu sisene areng järeldeb algtingimustest.

⚡ Kerri lahend vaid “ideaalne”, mitte füüsikaline?

R. Penrose, IAU Symposium 1974, lk. 82-91.



- R. Penrose,
Asymptotic properties of fields and space-times,
Phys. Rev. Lett. **10** (1963) 66.
- R. Penrose,
Gravitational Collapse and Space-Time Singularities,
Phys. Rev. Lett. **14** (1965) 57.
- R. Penrose,
Gravitational Collapse: The Role of General Relativity,
Riv. Nuovo Cim. **1** (1969) 252.
- R. Penrose and R. M. Floyd,
Extraction of Rotational Energy from a Black Hole,
Nature **229** (1971) 177.
- R. Penrose,
Gravitational Collapse,
C. Dewitt-Morette (toim.), *Gravitational Radiation and Gravitational Collapse*, IAU
Symposium 1974, lk. 82-91.