# Teoreetilise füüüsika labori tutvustus

Manuel Hohmann

Teoreetilise Füüsika Labor - Füüsika Instituut - Tartu Ülikool

19. oktoober 2023

# Sissejuhatus - mida me teeme ja miks

- Võrdleme gravitatsiooniteooriaid vaatlustega:
  - Gravitatsiooniteooria määrab objektide liikumist, valguse levimist jne.
  - Tuletame gravitatsiooniteooriast vaadeldavaid efekte.
  - Võrdleme vaatlustega, ja uurime kokkusobivust.
- Uurime gravitatsiooniteooriate teoreetilist kooskõla:
  - Uurime, kas teooria lahendid on stabiilsed või ebastabiilsed.
  - Uurime, kas kehtivad jäävusseadused.
  - Uurime, kas kehtib kausaalne seos sündmuste vahel.
- Loome uusi gravitatsiooniteooriaid:
  - Uurime, milline matemaatiline taust sobib gravitatsiooni kirjeldamiseks.
  - Tuletame väljavõrrandeid ja otsime lahendeid.

# Ülevaade

# Ülevaade

# Matemaatilise füüsiku hariduskäik

- 2001: Gümnaasium (Ratsgymnasium Wolfsburg)
- 2007: Füüsika diplom (Hamburgi Ülikool)
- 2010: Doktorikraad (loodusteaduses) füüsikas (Hamburgi Ülikool)
- 2022: Habilitatsioon (kõrgkooli õpetaja kraad) (Oldenburgi Ülikool)

# Matemaatilised ained Hamburgi Ülikoolis (valik)

- Kohustuslikud ained baasõppes:
  - Matemaatika füüsikutele (1. kuni 4. semester):
    Väike retk läbi matemaatika - algebra ja analüüs: lineaarne algebra, meetrilised ja topoloogilised ruumid, mõõt ja integreerimine, (komplekssete) funktsioonide teooria, diferentsiaalgeomeetria.
  - Matemaatilised lisandid füüsikale (1. ja 2. semester):
    Matemaatika praktilised rakendused ja tehnikad füüsikas: diferentsiaalvõrrandite lahendamine, koordinaatsüsteemid, vektoranalüüs, ruumi ja pindala integraalid.

# Matemaatilised ained Hamburgi Ülikoolis (valik)

- Kohustuslikud ained baasõppes:
  - Matemaatika füüsikutele (1. kuni 4. semester):
    Väike retk läbi matemaatika - algebra ja analüüs: lineaarne algebra, meetrilised ja topoloogilised ruumid, mõõt ja integreerimine, (kompleksete) funktsioonide teooria, diferentsiaalgeomeetria.
  - Matemaatilised lisandid füüsikale (1. ja 2. semester):
    Matemaatika praktilised rakendused ja tehnikad füüsikas: diferentsiaalvõrrandite lahendamine, koordinaatsüsteemid, vektoranalüüs, ruumi ja pindala integraalid.
- Valikained põhiõppes (valik):
  - Funktsionaalanalüüs
  - Von Neumanni algebra
  - Diferentsiaalgeomeetria
  - Rühmateooria
  - Esitusteooria
  - Lie algebra

# Huvid ja matemaatilised uurimisteemad

- Füüsikalised süsteemid ja formalismid:
  - Päikesesüsteem: nõrga gravitatsiooni post-Newtoni kirjeldus.
  - Universum kui tervik: kosmoloogia.
  - Kehade (punktmassi, laetud osake, pöörleva massi) liikumine gravitatsioon mõju all.
  - Kineetilise aine dünaamika gravitatsiooniväljas.
  - Gravitatsioonilainete levimine: kiirus ja polarisatsioon.
  - Gravitatsioonilainete teke suurte masside liikumisel või võnkumisel.
  - Teooriate kooskõla ja stabiilsus.
  - Sümmeetrilised süsteemid ja sümmeetria üldine kirjeldus.

# Huvid ja matemaatilised uurimisteemad

- Füüsikalised süsteemid ja formalismid:
  - Päikesesüsteem: nõrga gravitatsiooni post-Newtoni kirjeldus.
  - Universum kui tervik: kosmoloogia.
  - Kehade (punktmassi, laetud osake, pöörleva massi) liikumine gravitatsioon mõju all.
  - Kineetilise aine dünaamika gravitatsiooniväljas.
  - Gravitatsioonilainete levimine: kiirus ja polarisatsioon.
  - Gravitatsioonilainete teke suurte masside liikumisel või võnkumisel.
  - Teooriate kooskõla ja stabiilsus.
  - Sümmeetrilised süsteemid ja sümmeetria üldine kirjeldus.
- Gravitatsiooniteooriaid:
  - Teleparalleelsed gravitatsiooniteooriad.
  - Gravitatsiooniteooriad lisaväljadega.
  - Gravitatsiooniteooriad mille alused on üldisemad geomeetriad.

# Huvid ja matemaatilised uurimisteemad

- Füüsikalised süsteemid ja formalismid:
  - Päikesesüsteem: nõrga gravitatsiooni post-Newtoni kirjeldus.
  - Universum kui tervik: kosmoloogia.
  - Kehade (punktmassi, laetud osake, pöörleva massi) liikumine gravitatsioon mõju all.
  - Kineetilise aine dünaamika gravitatsiooniväljas.
  - Gravitatsioonilainete levimine: kiirus ja polarisatsioon.
  - Gravitatsioonilainete teke suurte masside liikumisel või võnkumisel.
  - Teooriate kooskõla ja stabiilsus.
  - Sümmeetrilised süsteemid ja sümmeetria üldine kirjeldus.
- Gravitatsiooniteooriaid:
  - Teleparalleelsed gravitatsiooniteooriad.
  - Gravitatsiooniteooriad lisaväljadega.
  - Gravitatsiooniteooriad mille alused on üldisemad geomeetriad.
- Matemaatilised alused, tööriistad, huvid:
  - Diferentsiaalgeomeetria: kihtkonnad, Finsleri geomeetria, Cartani geomeetria.
  - Rühmateooria ja esitusteooria.
  - Diferentsiaalvõrrandid ja lähendusmeetodid.
  - Kategooriateooria ja abstraktne matemaatika.

# Õpetamine Tartu Ülikoolis

- LOFY.04.017 - Valitud peatükke gravitatsiooniteooriast
- LOFY.04.070 - Mittelineaarne dünaamika
- LTFY.04.006 - Gravitatsiooni geomeetrilised alused
- LTFY.04.008 - Diferentsiaalgeomeetria füüsikutele
- LTFY.04.011 - Häiritusmeetodid gravitatsiooniteoorias
- LTFY.05.001 - Andmetöötlus ja teadusarvutused

# Ülevaade

# Ülevaade

# Päikesesüsteem

- Päikesesüsteemi geomeetriat määrab gravitatsiooniteooria.
- Selle kirjeldamiseks saab tuletada geomeetriast 10 parameetrit:
  - $\beta$: Gravitatsiooniseaduse mittelineaarsus.
  - $\gamma$: Suhe ruumilise kõveruse ja allika massi vahel.
  - $\xi$: Gravitatsiooni sõltuvus asukohast.
  - $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$: Gravitatsiooni sõltuvus kiirusest.
  - $\alpha_3, \zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4$: Impulsijäävusseaduse rikkumine.

  Parameetrid on tihedalt seotud vaatlustega:
  - $\beta$: Merkuuri orbiidi pöörlemine.
  - $\gamma$: Valguse kõrvalekaldamine.
  - $\xi$: Looded (tõus ja mõõn).
  - $\alpha_1$: Kuu kauguse mõõtmine.
  - $\alpha_2$: Päikese pöörlemine päikesesüsteemi pinna suhtes.
  - $\alpha_3$: Pulsarite orbiidi ajaline sõltuvus.

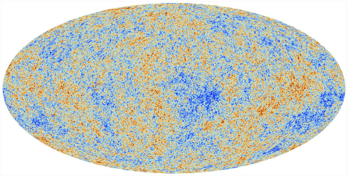
# Kosmoloogia

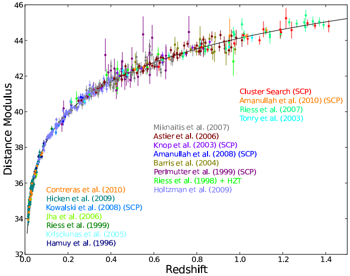
- Eeldame kosmoloogilist sümmeetriat:
    - Universum on *homogeenne*.
    - Universum on *isotroopne*.

$\Rightarrow$ Geomeetriat kirjeldab mastaabikordaja $a(t)$.

$\Rightarrow$ Paisumist kirjeldab Hubble'i parameeter $H = \frac{1}{a}\frac{da}{dt}$.

- $H = \text{const} \Rightarrow$ eksponentsiaalne paisumine.
- Paisumine varases universumis: *inflatsioon*.
    - Põhjustab universumi homogeensust.
    - Paisumise "sõrmejälg" kosmilises taustkiirguses.
- Paisumine praeguses universumis: *tume energia*.
    - Punanihe sõltub Hubble'i parameetrist.
    - Paisumist näitavad supernoovade spektrid.

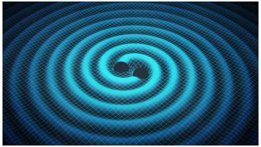


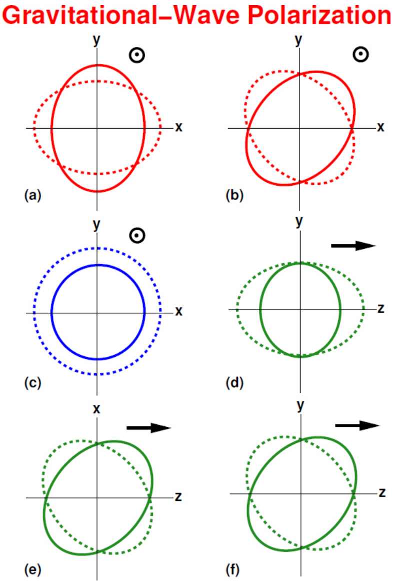


# Gravitatsioonilained

Gravitatsioonilainete erinevad režiimid:

- Lainete allikas: tugev gravitatsioon.
  - ○ Massiivsete objektide liikumine.
  - ○ Kõrgemat järku häirituseteooria.
  - ⇒ Lainekuju ja ajaline sõltuvus.
  - ⇒ Laine mõju objektide orbiidile.
- Lainete levimine: nõrk gravitatsioon.
  - ○ Lineariseeritud väljavõrrandid.
  - ○ Levimist kirjeldab dispersiooniseadus.
  - ⇒ Gravitatsioonilainete kiirus.
- Lainete detektorid: nõrk gravitatsioon.
  - ○ Lineariseeritud väljavõrrandid.
  - ○ Efektid kirjeldab aegruumi kõverus.
  - ⇒ Gravitatsioonilainete polarisatsioon.

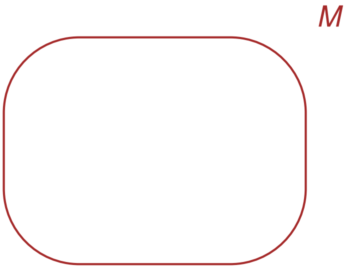




# Ülevaade

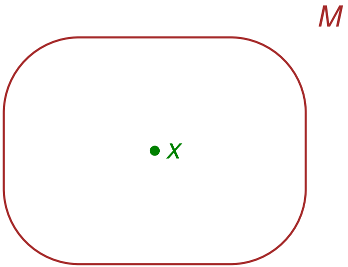
# Mis on muutkond?

- Kõik aegruumi punktid moodustavad hulka $M$...



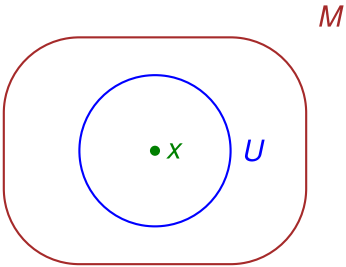
# Mis on muutkond?

- Kõik aegruumi punktid moodustavad hulka $M$...
- ...nii et igal punktil $x \in M$...



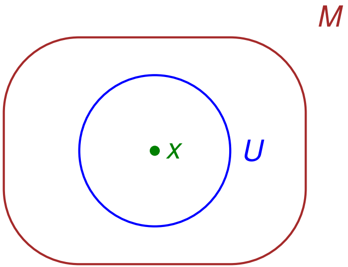
# Mis on muutkond?

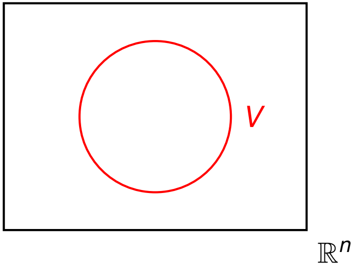
- Kõik aegruumi punktid moodustavad hulka $M$...
- ...nii et igal punktil $x \in M$...
- ...on ümbrus $U \subset M$...



# Mis on muutkond?

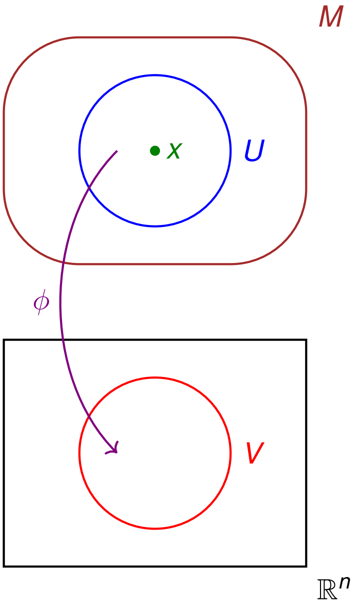
- Kõik aegruumi punktid moodustavad hulka $M$…
- …nii et igal punktil $x \in M$…
- …on ümbrus $U \subset M$…
- …mis on sarnane ruumi $\mathbb{R}^n$ alamhulgaga $V$…



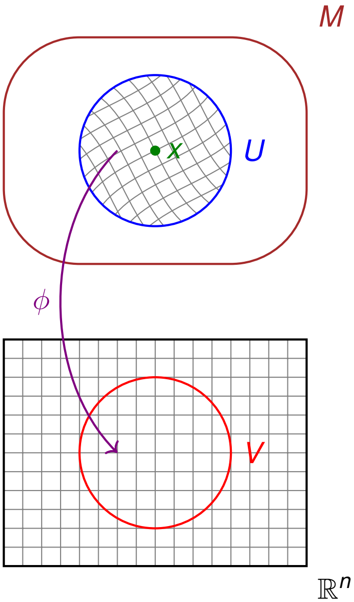
# Mis on muutkond?

- Kõik aegruumi punktid moodustavad hulka $M$...
- ...nii et igal punktil $x \in M$...
- ...on ümbrus $U \subset M$...
- ...mis on sarnane ruumi $\mathbb{R}^n$ alamhulgaga $V$...
- ...bijektiivse funktsiooni $\phi$ kaudu...



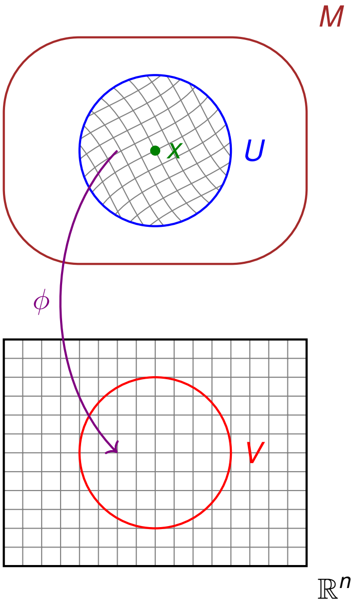
# Mis on muutkond?

- Kõik aegruumi punktid moodustavad hulka $M$...
- ...nii et igal punktil $x \in M$...
- ...on ümbrus $U \subset M$...
- ...mis on sarnane ruumi $\mathbb{R}^n$ alamhulgaga $V$...
- ...bijektiivse funktsiooni $\phi$ kaudu...
- ...mille abil defineerime lokaalseid koordinaate.



# Mis on muutkond?

- Kõik aegruumi punktid moodustavad hulka $M$…
- …nii et igal punktil $x \in M$…
- …on ümbrus $U \subset M$…
- …mis on sarnane ruumi $\mathbb{R}^n$ alamhulgaga $V$…
- …bijektiivse funktsiooni $\phi$ kaudu…
- …mille abil defineerime lokaalseid koordinaate.

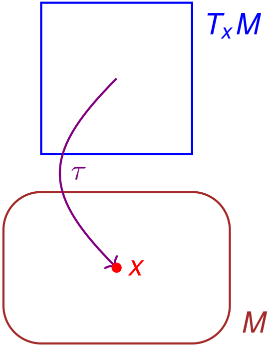



## Mõisted diferentsiaalgeomeetriast

- $(U, \phi) \leftrightsquigarrow$ kaart.
- Kogu $\mathcal{A} = \{(U, \phi)\} \leftrightsquigarrow$ atlas.
- $(M, \mathcal{A}) \leftrightsquigarrow$ muutkond.

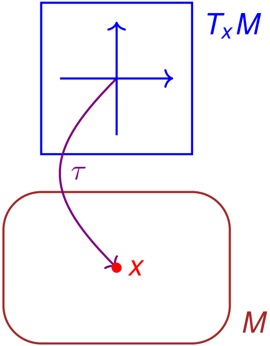
# Mis on puutujaruum?

- Igal punktil $x$ hulgas $M$ on puutujaruum $T_xM$.



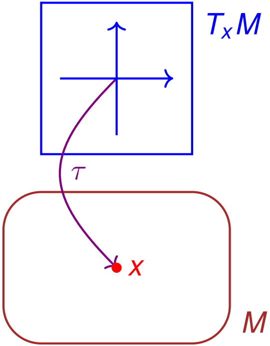
# Mis on puutujaruum?

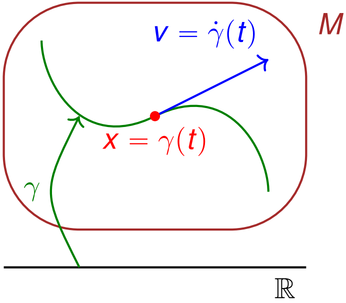
- Igal punktil $x$ hulgas $M$ on puutujaruum $T_xM$.
- Puutujaruum $T_xM$ on vektoriruum.



# Mis on puutujaruum?

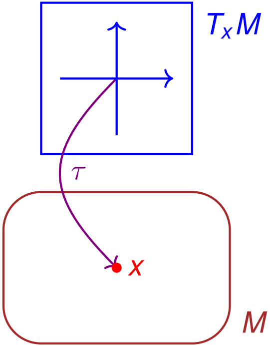
- Igal punktil $x$ hulgas $M$ on puutujaruum $T_xM$.
- Puutujaruum $T_xM$ on vektoriruum.
- Puutujaruumi $v \in T_xM$ võrdsed kirjeldused:
  1. Kiirus trajektooril $\gamma$ läbi $x$.

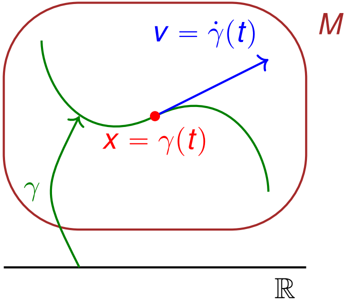


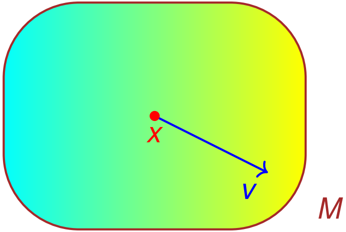



# Mis on puutujaruum?

- Igal punktil $x$ hulgas $M$ on puutujaruum $T_x M$.
- Puutujaruum $T_x M$ on vektoriruum.
- Puutujaruumi $v \in T_x M$ võrdsed kirjeldused:
  1. Kiirus trajektooril $\gamma$ läbi $x$.
  2. Suunatuletise operaator funktsioonile punktis $x$.

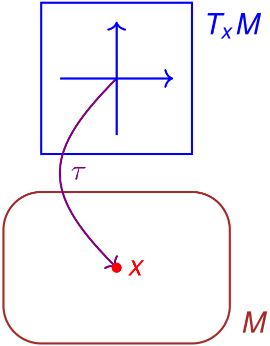


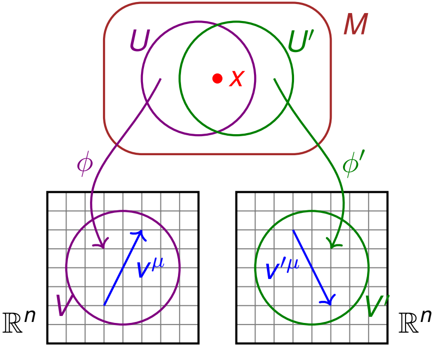



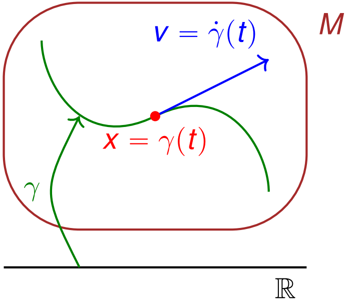



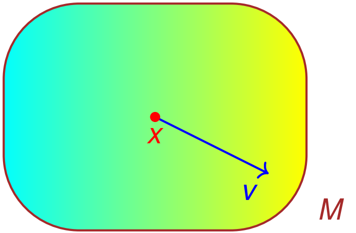
# Mis on puutujaruum?

- Igal punktil $x$ hulgas $M$ on puutujaruum $T_x M$.
- Puutujaruum $T_x M$ on vektoriruum.
- Puutujaruumi $v \in T_x M$ võrdsed kirjeldused:
  1. Kiirus trajektooril $\gamma$ läbi $x$.
  2. Suunatuletise operaator funktsioonile punktis $x$.
  3. Komponendid $v^\mu$ kaardil koos teisendusega.



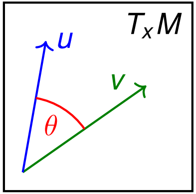



# Meetriline geomeetria - pikkus, aeg & kausaalsus

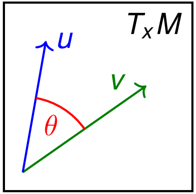
- Meetrika $g$ on skalaarkorrutis igas puutujaruumis $T_xM$:

$$g(u, v) = g_{\mu\nu}(x) u^\mu v^\nu = \|u\| \|v\| \cos\theta \,.$$



# Meetriline geomeetria - pikkus, aeg & kausaalsus

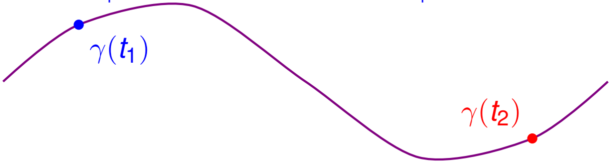
- Meetrika $g$ on skalaarkorrutis igas puutujaruumis $T_xM$:




$$g(u, v) = g_{\mu\nu}(x)u^\mu v^\nu = \|u\|\|v\|\cos\theta\,.$$

- Meetrika määrab trajektoori $\gamma$ pikkust $t_1$ ja $t_2$ vahel:

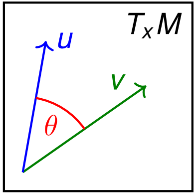
$$\ell = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{|g(\dot\gamma(t), \dot\gamma(t))|}\,\mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{|g_{\mu\nu}(\gamma(t))\dot\gamma^\mu(t)\dot\gamma^\nu(t)|}\,\mathrm{d}t\,.$$



# Meetriline geomeetria - pikkus, aeg & kausaalsus

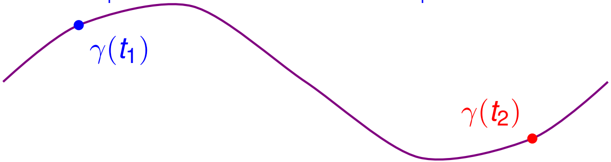
- Meetrika $g$ on skalaarkorrutis igas puutujaruumis $T_xM$:

$$g(u, v) = g_{\mu\nu}(x)u^\mu v^\nu = \|u\|\|v\|\cos\theta\,.$$




- Meetrika määrab trajektoori $\gamma$ pikkust $t_1$ ja $t_2$ vahel:

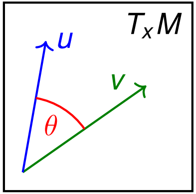
$$\ell = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{|g(\dot\gamma(t), \dot\gamma(t))|}\,\mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{|g_{\mu\nu}(\gamma(t))\dot\gamma^\mu(t)\dot\gamma^\nu(t)|}\,\mathrm{d}t\,.$$




- Trajektoori pikkus $\ell \leftrightsquigarrow$ liikuva kella mõõdetud aeg.

# Meetriline geomeetria - pikkus, aeg & kausaalsus

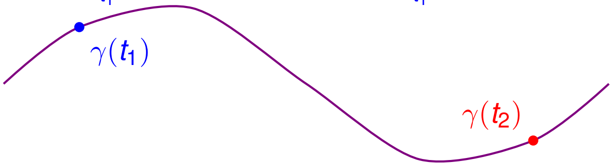
- Meetrika $g$ on skalaarkorrutis igas puutujaruumis $T_xM$:

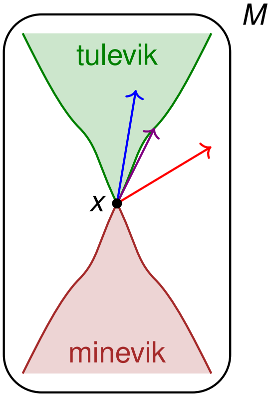



$$g(u, v) = g_{\mu\nu}(x)u^{\mu}v^{\nu} = \|u\|\|v\|\cos\theta\,.$$

- Meetrika määrab trajektoori $\gamma$ pikkust $t_1$ ja $t_2$ vahel:

$$\ell = \int_{t_1}^{t_2}\sqrt{|g(\dot\gamma(t), \dot\gamma(t))|}\,\mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2}\sqrt{|g_{\mu\nu}(\gamma(t))\dot\gamma^{\mu}(t)\dot\gamma^{\nu}(t)|}\,\mathrm{d}t\,.$$



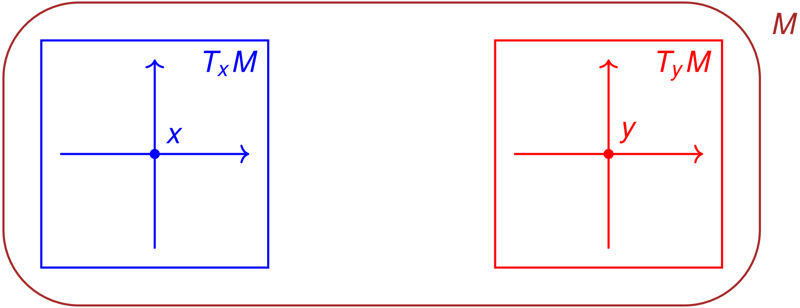




- Trajektoori pikkus $\ell \leftrightsquigarrow$ liikuva kella mõõdetud aeg.
- Meetrika määrab kausaalsust ja informatsiooni levimist:

| $g(v, v) > 0$ | $g(v, v) = 0$ | $g(v, v) < 0$ |
|---|---|---|
| ruumisarnane | valgusesarnane | ajasarnane |

# Seostused - rööpülekanne ja autoparalleelsed trajektoorid

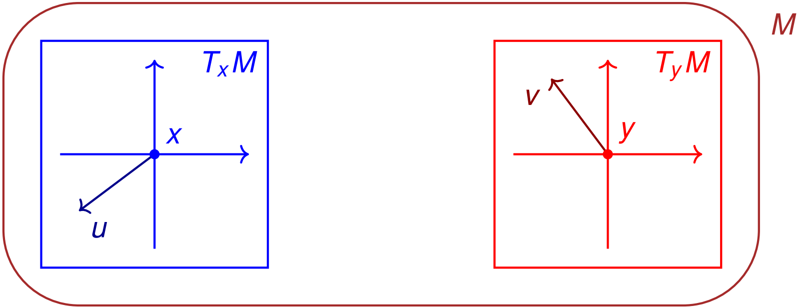
- Puutujaruumid $T_xM$ ja $T_yM$ on erinevad kui $x \neq y$.



# Seostused - rööpülekanne ja autoparalleelsed trajektoorid

- Puutujaruumid $T_xM$ ja $T_yM$ on erinevad kui $x \neq y$.

$\Rightarrow$ Ei saa võrrelda $u \in T_xM$ ja $v \in T_yM$.

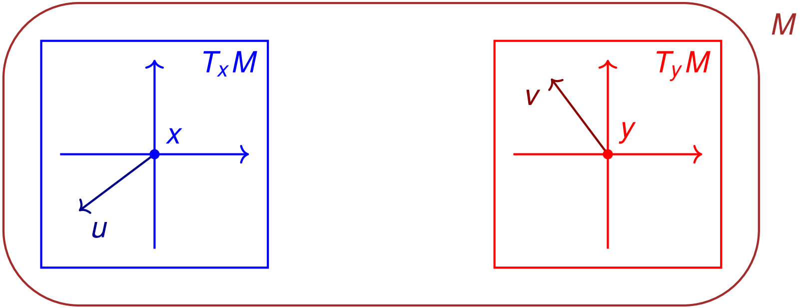


# Seostused - rööpülekanne ja autoparalleelsed trajektoorid

- Puutujaruumid $T_xM$ ja $T_yM$ on erinevad kui $x \neq y$.

$\Rightarrow$ Ei saa võrrelda $u \in T_xM$ ja $v \in T_yM$.

- Seostus võimaldab kanda vektoreid puutujaruumide vahel.

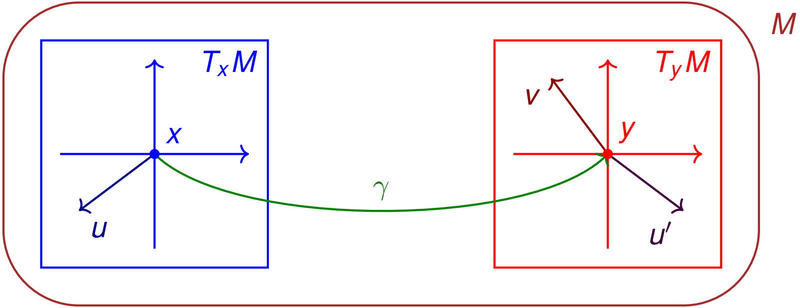


# Seostused - rööpülekanne ja autoparalleelsed trajektoorid

- Puutujaruumid $T_xM$ ja $T_yM$ on erinevad kui $x \neq y$.

$\Rightarrow$ Ei saa võrrelda $u \in T_xM$ ja $v \in T_yM$.

- Seostus võimaldab kanda vektoreid puutujaruumide vahel.
- Rööpülekanne: vektori ülekanne mööda trajektoori.

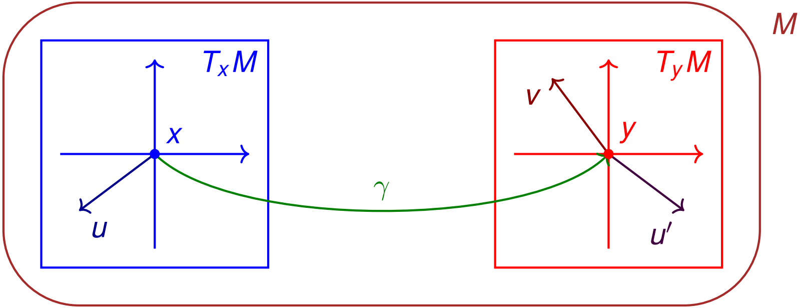


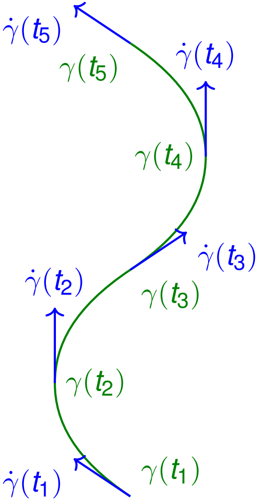
# Seostused - rööpülekanne ja autoparalleelsed trajektoorid

- Puutujaruumid $T_xM$ ja $T_yM$ on erinevad kui $x \neq y$.

$\Rightarrow$ Ei saa võrrelda $u \in T_xM$ ja $v \in T_yM$.

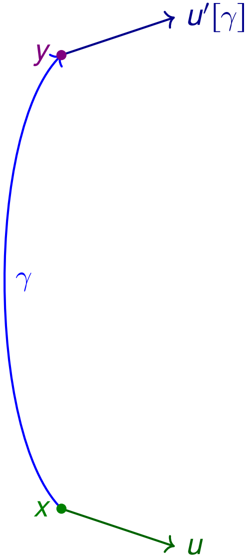
- Seostus võimaldab kanda vektoreid puutujaruumide vahel.
- Rööpülekanne: vektori ülekanne mööda trajektoori.
- Autoparalleelne trajektoor $\leftrightsquigarrow$ puutujavektori $\dot{\gamma}$ rööpülekanne.



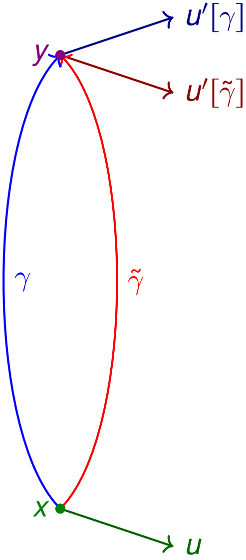
# Kõverus: rööpülekande sõltuvus teekonnast

- Vektori $u$ rööpülekanne punktist $x$ punkti $y$...



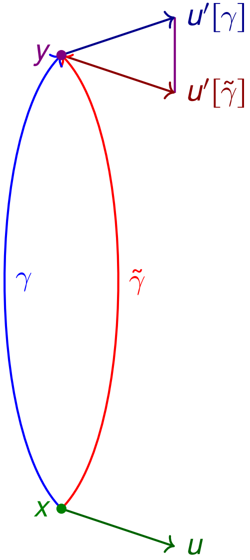
# Kõverus: rööpülekande sõltuvus teekonnast

- Vektori $u$ rööpülekanne punktist $x$ punkti $y$…
- …üldiselt sõltub teekonnast $\gamma$ või $\tilde{\gamma}$.



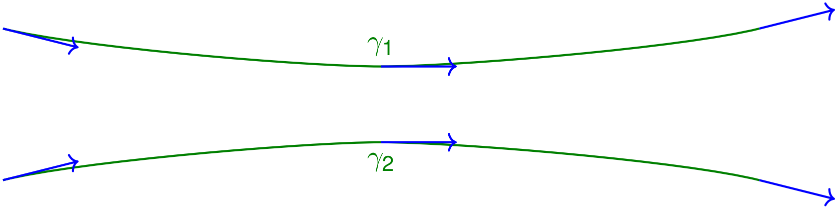
# Kõverus: rööpülekande sõltuvus teekonnast

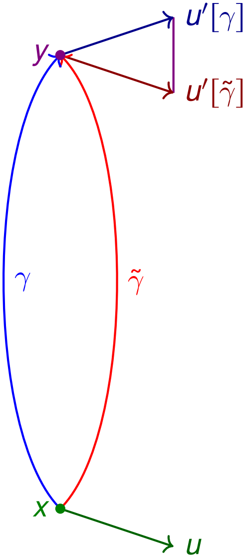
- Vektori $u$ rööpülekanne punktist $x$ punkti $y$...
- ...üldiselt sõltub teekonnast $\gamma$ või $\tilde{\gamma}$.
- Kõverus $R$ mõõdab erinevust $u'[\gamma]$ ja $u'[\tilde{\gamma}]$ vahel.



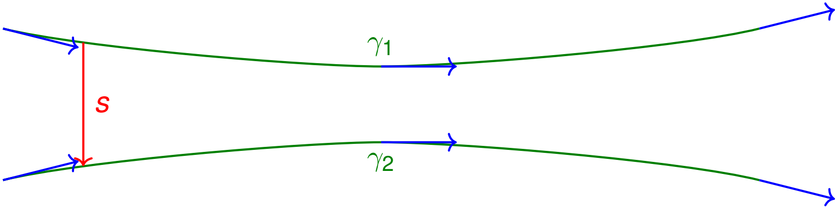
# Kõverus: rööpülekande sõltuvus teekonnast

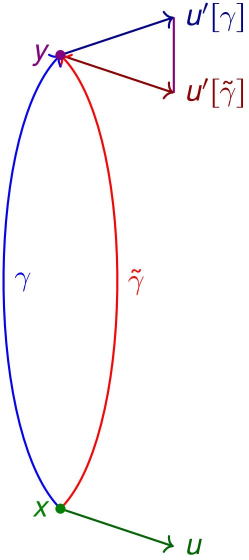
- Vektori $u$ rööpülekanne punktist $x$ punkti $y$…
- …üldiselt sõltub teekonnast $\gamma$ või $\tilde{\gamma}$.
- Kõverus $R$ mõõdab erinevust $u'[\gamma]$ ja $u'[\tilde{\gamma}]$ vahel.
- Kahe autoparalleelse trajektoori $\gamma_1$ ja $\gamma_2$ puhul…



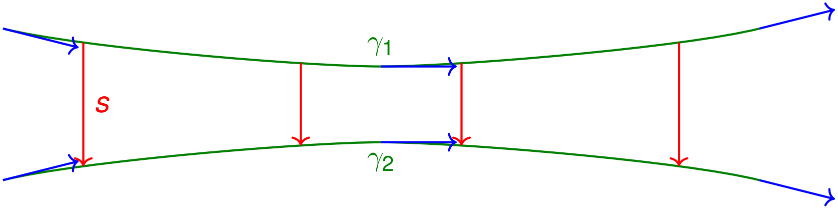
- Vektori $u$ rööpülekanne punktist $x$ punkti $y$...
- ...üldiselt sõltub teekonnast $\gamma$ või $\tilde{\gamma}$.
- Kõverus $R$ mõõdab erinevust $u'[\gamma]$ ja $u'[\tilde{\gamma}]$ vahel.
- Kahe autoparalleelse trajektoori $\gamma_1$ ja $\gamma_2$ puhul...
- ...mille kaugust kirjeldab vektor $s$...

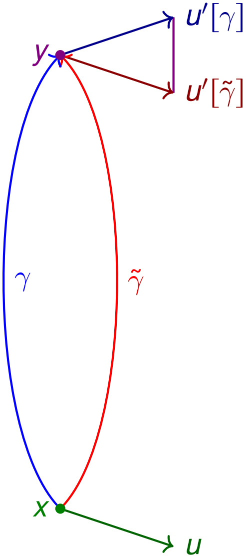


# Kõverus: rööpülekande sõltuvus teekonnast

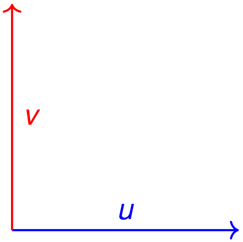
- Vektori $u$ rööpülekanne punktist $x$ punkti $y$…
- …üldiselt sõltub teekonnast $\gamma$ või $\tilde{\gamma}$.
- Kõverus $R$ mõõdab erinevust $u'[\gamma]$ ja $u'[\tilde{\gamma}]$ vahel.
- Kahe autoparalleelse trajektoori $\gamma_1$ ja $\gamma_2$ puhul…
- …mille kaugust kirjeldab vektor $s$…
- …kõverus määrab kuidas $s$ muutub trajektooril.



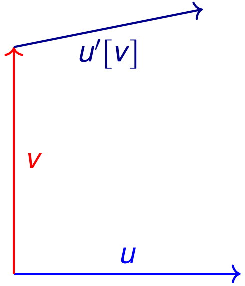
# Vääne: mittesümmeetrilise rööpülekande roll

- Kahe vektori $u$, $v$ korral samas puutujaruumis $T_xM$...



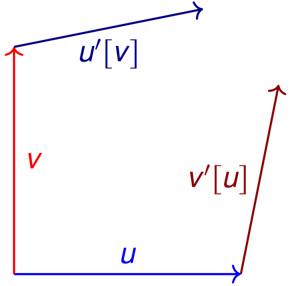
# Vääne: mittesümmeetrilise rööpülekande roll

- Kahe vektori $u$, $v$ korral samas puutujaruumis $T_xM$...
- ...võib üle kanda $u$ suunas $v$...



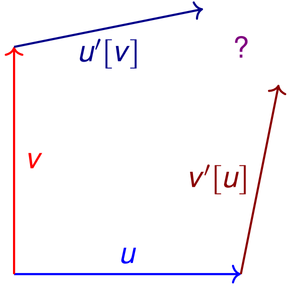
# Vääne: mittesümmeetrilise rööpülekande roll

- Kahe vektori $u$, $v$ korral samas puutujaruumis $T_x M$…
- …võib üle kanda $u$ suunas $v$…
- …ja samuti $v$ suunas $u$…



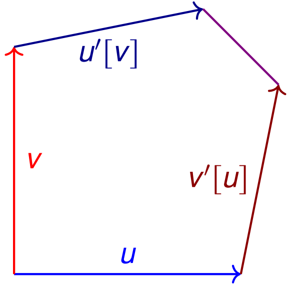
# Vääne: mittesümmeetrilise rööpülekande roll

- Kahe vektori $u$, $v$ korral samas puutujaruumis $T_x M$...
- ...võib üle kanda $u$ suunas $v$...
- ...ja samuti $v$ suunas $u$...
- ...kuid tulemus ei pruugi olla sama.

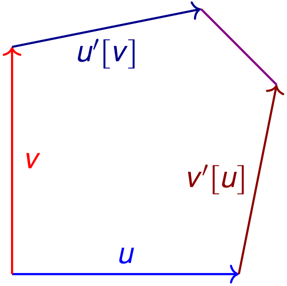


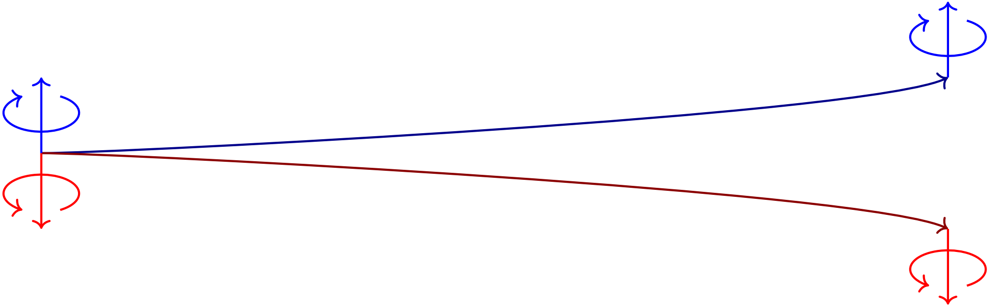
# Vääne: mittesümmeetrilise rööpülekande roll

- Kahe vektori $u$, $v$ korral samas puutujaruumis $T_x M$...
- ...võib üle kanda $u$ suunas $v$...
- ...ja samuti $v$ suunas $u$...
- ...kuid tulemus ei pruugi olla sama.
- Erinevust $u'[v]$ ja $v'[u]$ vahel määrab vääne $T$.



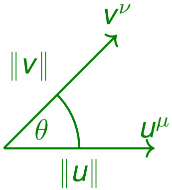
- Kahe vektori $u$, $v$ korral samas puutujaruumis $T_x M$...
- ...võib üle kanda $u$ suunas $v$...
- ...ja samuti $v$ suunas $u$...
- ...kuid tulemus ei pruugi olla sama.
- Erinevust $u'[v]$ ja $v'[u]$ vahel määrab vääne $T$.
- Vääne võib mõjuda spinniga osakeste liikumisele.



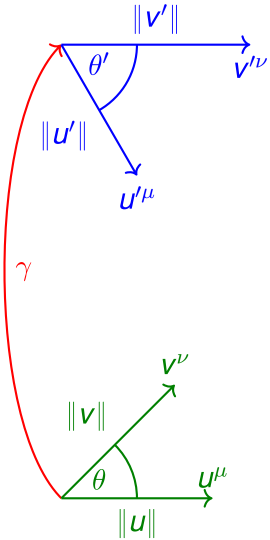
# Mittemeetrilisus: kui seostus ja meetrika ei sobi kokku

- Mõiste nõuab kahte geomeetrilist objekti:
  - Meetrika määrab vektorite pikkust.



# Mittemeetrilisus: kui seostus ja meetrika ei sobi kokku

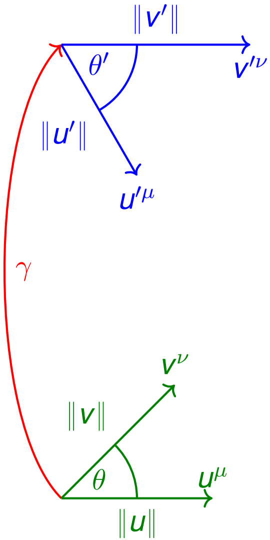
- Mõiste nõuab kahte geomeetrilist objekti:
  - Meetrika määrab vektorite pikkust.
  - Seostus määrab rööpülekannet.



# Mittemeetrilisus: kui seostus ja meetrika ei sobi kokku

- Mõiste nõuab kahte geomeetrilist objekti:
  - Meetrika määrab vektorite pikkust.
  - Seostus määrab rööpülekannet.
- Mittemeetrilisus $Q$: meetrika $g$ kovariantne tuletis:

$$Q_{\rho\mu\nu} = \nabla_\rho g_{\mu\nu} \,.$$



# Mittemeetrilisus: kui seostus ja meetrika ei sobi kokku

- Mõiste nõuab kahte geomeetrilist objekti:
  - Meetrika määrab vektorite pikkust.
  - Seostus määrab rööpülekannet.
- Mittemeetrilisus $Q$: meetrika $g$ kovariantne tuletis:

$$Q_{\rho\mu\nu} = \nabla_\rho g_{\mu\nu} \,.$$

- $Q \neq 0$ geomeetriline interpretatsioon?
  - Vektorite skalaarkorrutis muutub rööpülekandel:

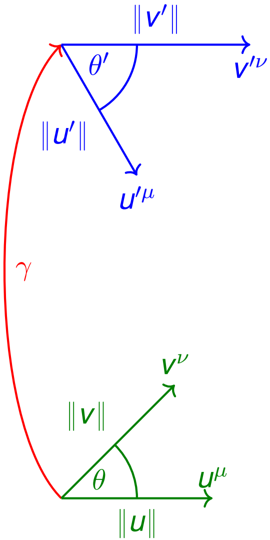
$$g_{\mu\nu} u^\mu v^\nu \neq g'_{\mu\nu} u'^\mu v'^\nu \,.$$

$\Rightarrow$ Vektorite pikkus muutub rööpülekandel:

$$\|u\| \neq \|u'\| \,, \quad \|v\| \neq \|v'\| \,.$$

$\Rightarrow$ Nurk vektorite vahel muutub rööpülekandel:

$$\theta \neq \theta' \,.$$



# Ülevaade

# Modifitseeritud gravitatsiooniteooriate loomaaed

**Lorentzi rikkumine**
- LR massiivne grav.
- Horava-Lifshitz
- laiendatud HL
- vaimu kondensaat
- Finsler
- cuscuton

**Lorentzi invariantsus**
- kõrgem spinn
  - osaliselt massitu spinn 3

**spinn 2 gravitatsioon**
- massitu spinn 2
  - Horndeski
  - Brans-Dicke
  - galileon
  - kameleon
  - $f(R)$
  - DBI-galileon
  - sümmetron
  - multi-galileon
- massiivne graviton-galileon
- massiivne spinn 2
  - kaskad. grav.
  - DGP
  - massiivne grav.
  - kvasi-dilaton
  - bi-/multi-grav.

# Gravitatsiooni “geomeetriline kolmainsus”

- Gravitatsioon üldrelatiivsusteoorias: kõverus $\overset{\circ}{R}$.

$$\boxed{\mathcal{L} \sim \overset{\circ}{R}}$$

# Gravitatsiooni “geomeetriline kolmainsus”

- Gravitatsioon üldrelatiivsusteoorias: kõverus $\mathring{R}$ või vääne $\mathbb{T}$.

$$\boxed{\mathcal{L} \sim \mathring{R}}$$

$$\boxed{\mathcal{L} \sim \mathbb{T}}$$

# Gravitatsiooni "geomeetriline kolmainsus"

- Gravitatsioon üldrelatiivsusteoorias: kõverus $\overset{\circ}{R}$ või vääne $\mathbb{T}$ või mittemeetrilisus $\mathbb{Q}$.

$$\boxed{\mathcal{L} \sim \overset{\circ}{R}}$$

$$\boxed{\mathcal{L} \sim \mathbb{T}} \qquad \boxed{\mathcal{L} \sim \mathbb{Q}}$$

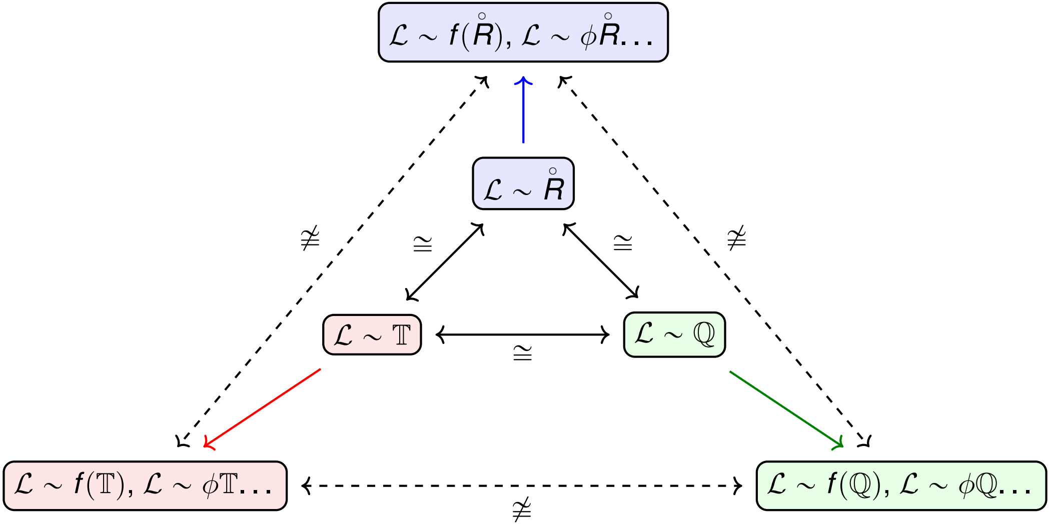
# Gravitatsiooni "geomeetriline kolmainsus"

- Gravitatsioon üldrelatiivsusteoorias: kõverus $\overset{\circ}{R}$ või vääne $\mathbb{T}$ või mittemeetrilisus $\mathbb{Q}$.
- Erinevad kirjeldused on ekvivalentsed.

$$
\begin{tikzcd}
 & \boxed{\mathcal{L} \sim \overset{\circ}{R}} \arrow[dl, leftrightarrow, "\cong"'] \arrow[dr, leftrightarrow, "\cong"] & \\
\boxed{\mathcal{L} \sim \mathbb{T}} \arrow[rr, leftrightarrow, "\cong"'] & & \boxed{\mathcal{L} \sim \mathbb{Q}}
\end{tikzcd}
$$

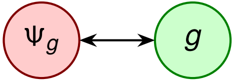
# Gravitatsiooni “geomeetriline kolmainsus”

- Gravitatsioon üldrelatiivsusteoorias: kõverus $\mathring{R}$ või vääne $\mathbb{T}$ või mittemeetrilisus $\mathbb{Q}$.
- Erinevad kirjeldused on ekvivalentsed kuid nende laiendused ei ole.



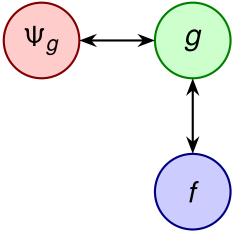
# Tume aine ja bimeetriline / multimeetriline gravitatsioon

- **Üldrelatiivsusteooria**
  - **dünaamiline meetrika** $g$
  - **mateeria** $\Psi_g$

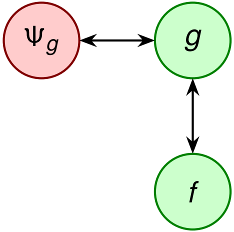


# Tume aine ja bimeetriline / multimeetriline gravitatsioon

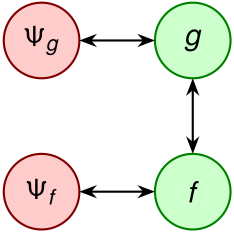
- Üldrelatiivsusteooria
  - dünaamiline meetrika $g$
  - mateeria $\Psi_g$
- **Massiivne gravitatsioon**
  - **dünaamiline meetrika** $g$
  - **mittedünaamiline taustmeetrika** $f$
  - **mateeria** $\Psi_g$



- Üldrelatiivsusteooria
  - dünaamiline meetrika $g$
  - mateeria $\Psi_g$
- Massiivne gravitatsioon
  - dünaamiline meetrika $g$
  - mittedünaamiline taustmeetrika $f$
  - mateeria $\Psi_g$
- **Bigravitatsioon**
  - **dünaamilised meetrikad** $g, f$
  - **mateeria** $\Psi_g$

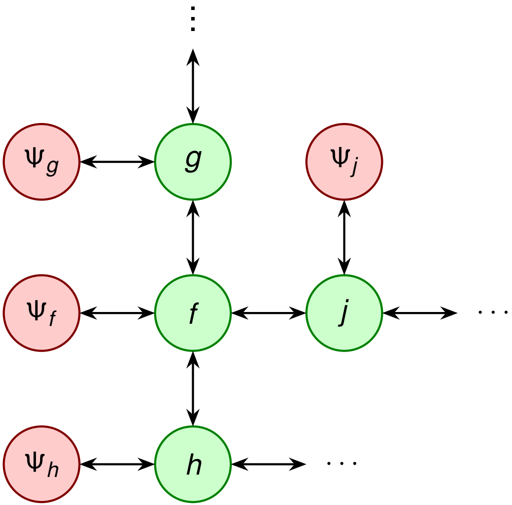


- Üldrelatiivsusteooria
  - dünaamiline meetrika $g$
  - mateeria $\Psi_g$
- Massiivne gravitatsioon
  - dünaamiline meetrika $g$
  - mittedünaamiline taustmeetrika $f$
  - mateeria $\Psi_g$
- **Bigravitatsioon**
  - **dünaamilised meetrikad** $g, f$
  - **mateeria** $\Psi_g, \Psi_f$



# Tume aine ja bimeetriline / multimeetriline gravitatsioon

- Üldrelatiivsusteooria
  - dünaamiline meetrika $g$
  - mateeria $\Psi_g$
- Massiivne gravitatsioon
  - dünaamiline meetrika $g$
  - mittedünaamiline taustmeetrika $f$
  - mateeria $\Psi_g$
- Bigravitatsioon
  - dünaamilised meetrikad $g, f$
  - mateeria $\Psi_g, \Psi_f$
- **Multigravitatsioon**
  - **dünaamilised meetrikad** $g, f, h, j, \ldots$
  - **igale meetrikale vastav mateeria**

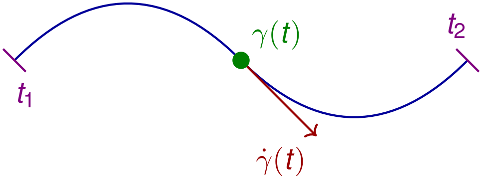


# Vedeliku dünaamika ja Finsleri geomeetria

Finsleri geomeetria kirjeldab *pikkust*:

- Trajektoor $\gamma : t \mapsto \gamma(t)$.
- Igal ajahetkel $t$ on määratud:
  - asukoht $\gamma(t) \in M$,
  - puutujavektor $\dot{\gamma}(t) \in TM$.
- Finsleri funktsioon $F : TM \to \mathbb{R}^+$.
- Pikkuse funktsionaal:

$$\ell[\gamma] = \int_{t_1}^{t_2} F(\gamma(t), \dot{\gamma}(t))dt\,.$$

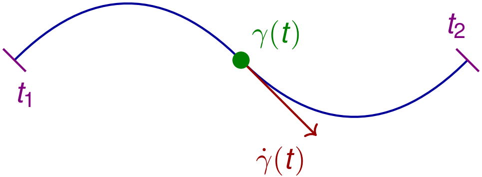


# Vedeliku dünaamika ja Finsleri geomeetria

Finsleri geomeetria kirjeldab *pikkust*:

- Trajektoor $\gamma : t \mapsto \gamma(t)$.
- Igal ajahetkel $t$ on määratud:
  - asukoht $\gamma(t) \in M$,
  - puutujavektor $\dot{\gamma}(t) \in TM$.
- Finsleri funktsioon $F : TM \to \mathbb{R}^+$.
- Pikkuse funktsionaal:

$$\ell[\gamma] = \int_{t_1}^{t_2} F(\gamma(t), \dot{\gamma}(t)) dt \,.$$

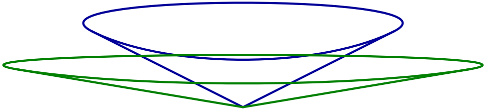



Füüsika Finsleri geomeetrias:

- Punktmassid jälgivad trajektoore $\gamma$, mille pikkus $\ell[\gamma]$ on ekstremaalne.
- Liikuva kella näit on proportionaalne möödunud trajektoori pikkusega.
- Gravitatsiooni mõjufunktsionaal:

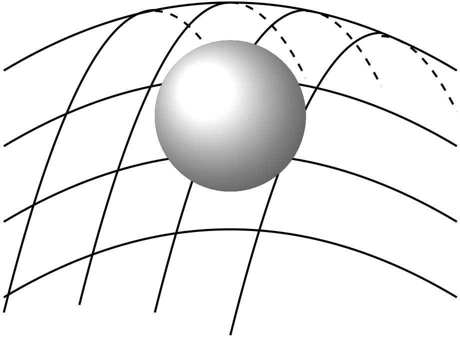
$$\int_{UTM} \sqrt{-\tilde{G}R^a{}_{ab}y^b}\, d^4x\, d^3y \,.$$

- Valguse levimist kirjeldab mitu valgusekoonust aegruumis:



# Hamstripall ja Cartani geomeetria

- Cartani geomeetria: kirjeldus “Hamstri perspektiivist”, kes asub pallis.
- Hamstri võimalikud liigutused pallis: rühm $G$.
- Hamstri liigutused, mis ei liiguta palli: alamrühm $H \subset G$.
- Cartani seostus $A$ kirjeldab, kuidas Hamstri liigutused palli liigutavad.



- Erinevus palli ja pinna geomeetria vahel:

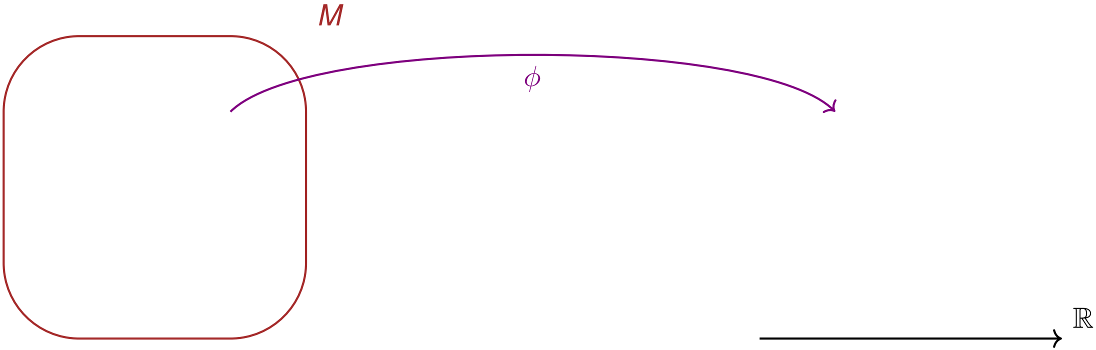
$$F = dA + \frac{1}{2}[A, A] \,.$$

- Gravitatsiooni mõjufunktsionaal:

$$S = \int_M \kappa(F_{\mathfrak{h}} \wedge \star F_{\mathfrak{h}}) \,.$$

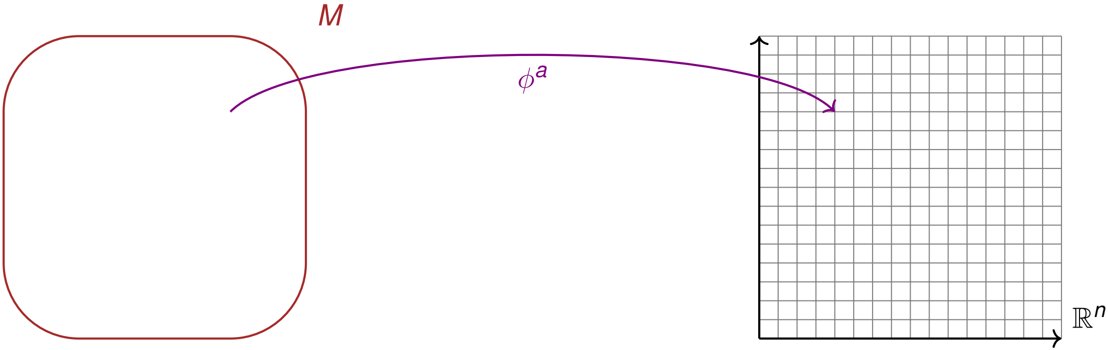
# Skalaarväljad ja nende geomeetria

- Skalaarväli: funktsioon $\phi : M \to \mathbb{R}$.



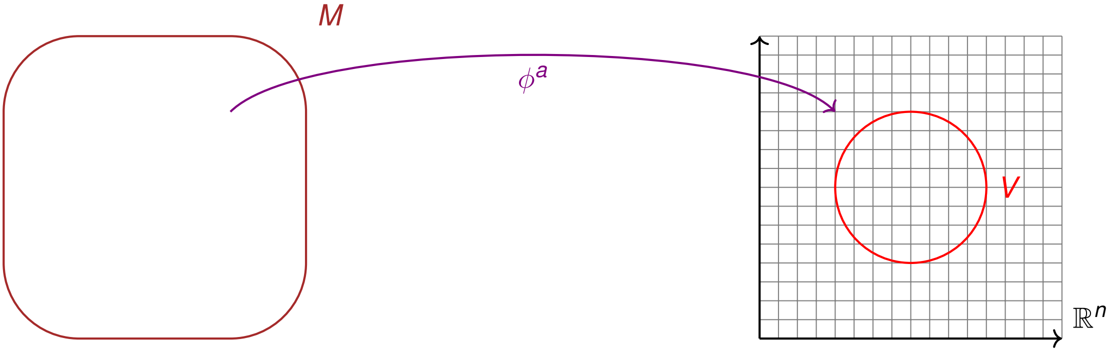
# Skalaarväljad ja nende geomeetria

- Skalaarväli: funktsioon $\phi : M \to \mathbb{R}$.
- Skalaarväljad: funktsioonid $\phi^a : M \to \mathbb{R}$, $a = 1, \ldots, n$.



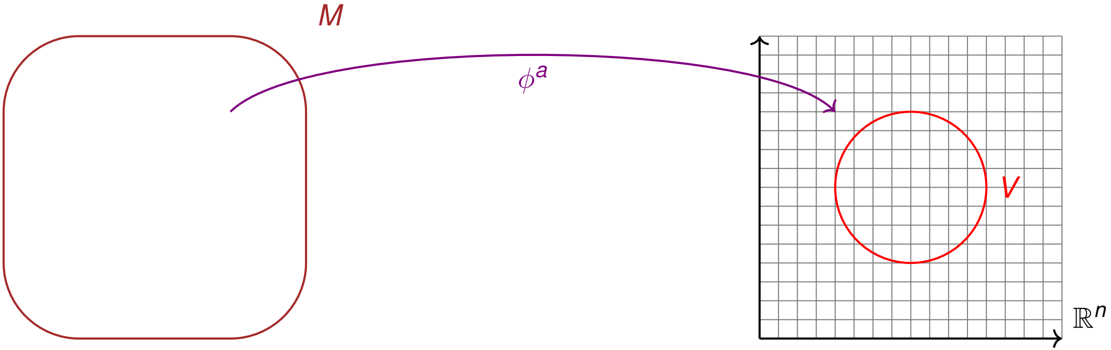
# Skalaarväljad ja nende geomeetria

- Skalaarväli: funktsioon $\phi : M \to \mathbb{R}$.
- Skalaarväljad: funktsioonid $\phi^a : M \to \mathbb{R}$, $a = 1, \ldots, n$.
- Sihthulk: alamhulk $V \subset \mathbb{R}^n$?



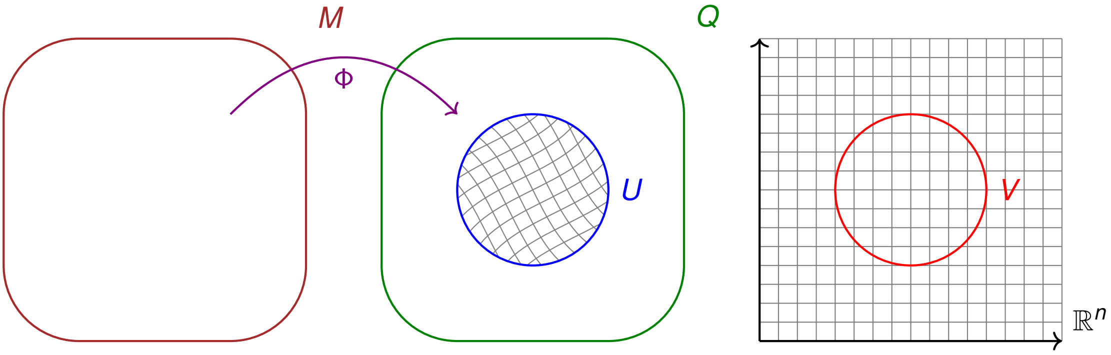
# Skalaarväljad ja nende geomeetria

- Skalaarväli: funktsioon $\phi : M \to \mathbb{R}$.
- Skalaarväljad: funktsioonid $\phi^a : M \to \mathbb{R}$, $a = 1, \ldots, n$.
- Sihthulk: alamhulk $V \subset \mathbb{R}^n$?
- Skalaarväljade teisendus $\tilde{\phi}^a(\phi^1, \ldots, \phi^n)$?



# Skalaarväljad ja nende geomeetria

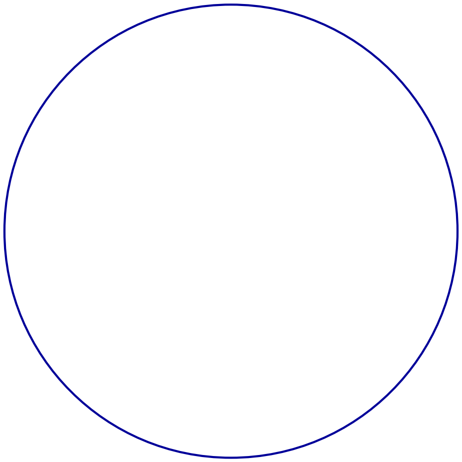
- Skalaarväli: funktsioon $\phi : M \to \mathbb{R}$.
- Skalaarväljad: funktsioonid $\phi^a : M \to \mathbb{R}$, $a = 1, \ldots, n$.
- Sihthulk: alamhulk $V \subset \mathbb{R}^n$? Muutkonna $Q$ kaart.
- Skalaarväljade teisendus $\tilde{\phi}^a(\phi^1, \ldots, \phi^n)$? Kaardivahetus ehk koordinaatteisendus.
- Skalaarväljade kogu: funktsioon $\Phi : M \to Q$ mille sihthulk on muutkond $Q$.



# Häiritusteooria geomeetriline kirjeldus

$\mathcal{O}(0)$: Sümmeetriline lahend võrranditele:

- Näide: ringjoon $\phi \mapsto \overset{0}{f}(\phi) = R$.
- Parameetri teisendus: $\phi' = \Phi(\phi)$.
- Lahendi sümmeetria: $\overset{0}{f} = \overset{0}{f} \circ \Phi$.



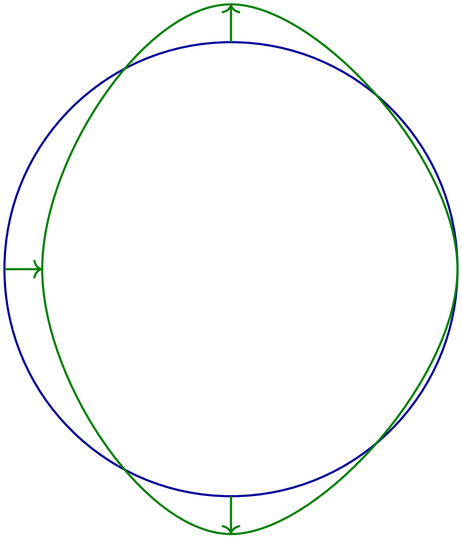
# Häiritusteooria geomeetriline kirjeldus

$\mathcal{O}(0)$: Sümmeetriline lahend võrranditele:

- Näide: ringjoon $\phi \mapsto \overset{0}{f}(\phi) = R$.
- Parameetri teisendus: $\phi' = \Phi(\phi)$.
- Lahendi sümmeetria: $\overset{0}{f} = \overset{0}{f} \circ \Phi$.

$\mathcal{O}(1)$: Lineaarne häiritus:

- Lähendus: $f = \overset{0}{f} + \overset{1}{f}$.
- $\overset{1}{f}$ on “vertikaalne vektoriväli”.
- Sümmeetria kaob: $\overset{1}{f} \neq \overset{1}{f} \circ \Phi$.



# Häiritusteooria geomeetriline kirjeldus

$\mathcal{O}(0)$: Sümmeetriline lahend võrranditele:

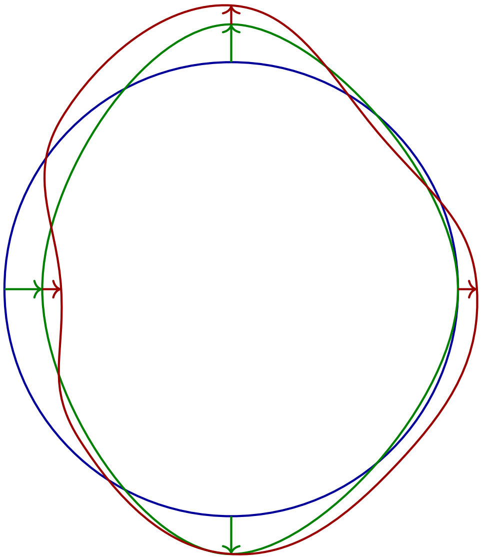
- Näide: ringjoon $\phi \mapsto \overset{0}{f}(\phi) = R$.
- Parameetri teisendus: $\phi' = \Phi(\phi)$.
- Lahendi sümmeetria: $\overset{0}{f} = \overset{0}{f} \circ \Phi$.

$\mathcal{O}(1)$: Lineaarne häiritus:

- Lähendus: $f = \overset{0}{f} + \overset{1}{f}$.
- $\overset{1}{f}$ on “vertikaalne vektoriväli”.
- Sümmeetria kaob: $\overset{1}{f} \neq \overset{1}{f} \circ \Phi$.

$\mathcal{O}(n)$: Kõrgemat järku häiritused:

- Rida: $f = \overset{0}{f} + \overset{1}{f} + \overset{2}{f} + \ldots$.
- Geometriline kirjeldus.



# Häiritusteooria geomeetriline kirjeldus

$\mathcal{O}(0)$: Sümmeetriline lahend võrranditele:

- Näide: ringjoon $\phi \mapsto \overset{0}{f}(\phi) = R$.
- Parameetri teisendus: $\phi' = \Phi(\phi)$.
- Lahendi sümmeetria: $\overset{0}{f} = \overset{0}{f} \circ \Phi$.

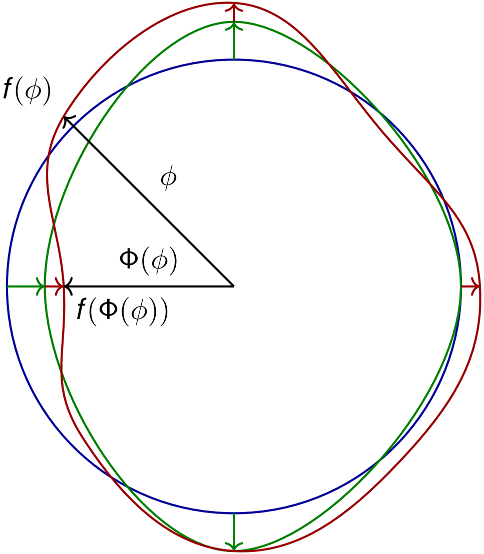
$\mathcal{O}(1)$: Lineaarne häiritus:

- Lähendus: $f = \overset{0}{f} + \overset{1}{f}$.
- $\overset{1}{f}$ on "vertikaalne vektoriväli".
- Sümmeetria kaob: $\overset{1}{f} \neq \overset{1}{f} \circ \Phi$.

$\mathcal{O}(n)$: Kõrgemat järku häiritused:

- Rida: $f = \overset{0}{f} + \overset{1}{f} + \overset{2}{f} + \ldots$.
- Geometriline kirjeldus.

- Kalibratsiooniteisendus:
  - Teisendus: $\Phi(\phi) = \overset{0}{\phi} + \overset{1}{\phi} + \overset{2}{\phi} + \ldots$.
  - Uus lahend: $f' = f \circ \Phi$.
  - Taustlahend: $\overset{0}{f'} = \overset{0}{f}$.
  - Häiritused: $\overset{1}{f'} = \overset{1}{f} + \overset{1}{\phi} \cdot d\overset{0}{f}/d\phi \ldots$



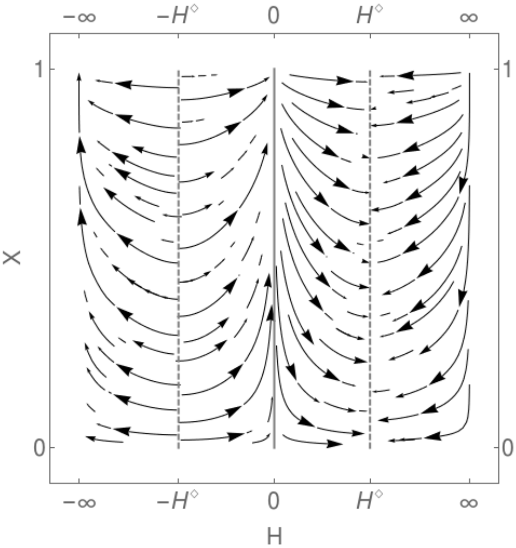
# Ülevaade

# Kosmoloogiline dünaamika kui dünaamiline süsteem

- Dünaamilised muutujad:
  - Mastaabikordaja $a$.
  - Hubble'i parameeter $H = \frac{\dot{a}}{a}$.
  - Mateeria tihedus $\rho$.
  - Mateeria rõhk $p$.
  - Lisaväljad $\phi, \ldots$
- Mateeriateooria määrab $\dot{\rho}, \dot{p}$:
  - Tolm: $p = 0, \frac{\dot{\rho}}{\rho} = -3H$.
  - Kiirgus: $p = \frac{1}{3}\rho, \frac{\dot{\rho}}{\rho} = -4H$.
  - Vaakumienergia: $p = -\rho, \dot{\rho} = 0$.
- Gravitatsiooniteooria määrab $\dot{H}, \dot{\phi}, \ldots$

$\Rightarrow$ Diferentsiaalvõrrandite süsteem.

$\Rightarrow$ Lahendite kvalitatiivne käitumine?
  - Püsipunktid ja nende stabiilsus?
  - Singulaarsused?
  - Faasiüleminekud?
  - Perioodilised lahendid?
  - Kaootilised režiimid?



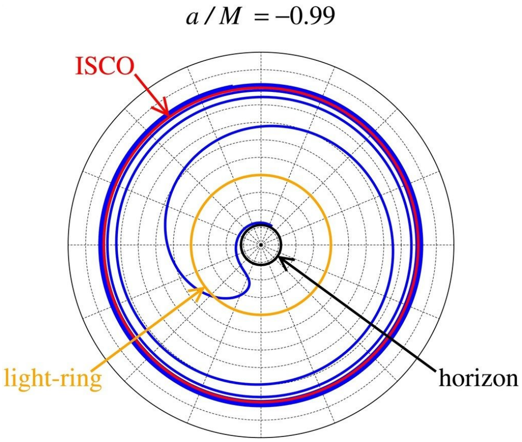
# Testmassi ja valguse trajektoorid

- Gravitatsiooniteooria määrab geomeetriat.
- Punktmassid liiguvad taustgeomeetrias.
- Punktmasside liikumisvõrrandid üldjuhul:

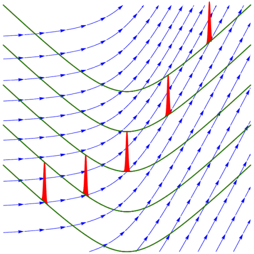
$$\ddot{\gamma}^{\mu}(t) + N^{\mu}{}_{\nu}[\gamma(t), \dot{\gamma}(t)]\dot{\gamma}^{\nu} = 0\,.$$

$\Rightarrow$ Diferentsiaalvõrrand.

$\Rightarrow$ Võimalik lahendada numbriliselt arvuti abil.

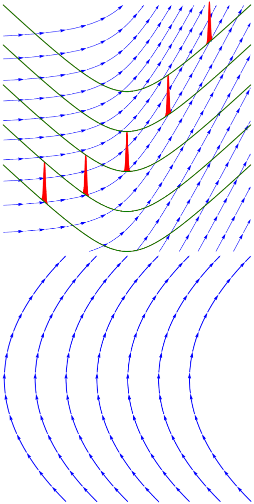


Ühtlane kiirus:
ideaalne vedelik.



# Kineetilise gaasi mudel

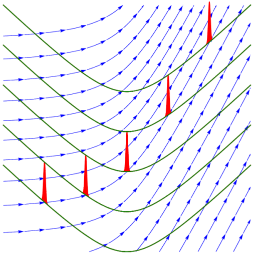
Ühtlane kiirus:
ideaalne vedelik.

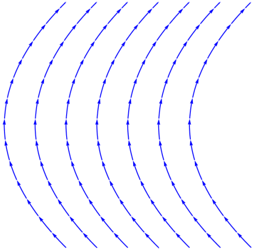


“Jenkka”

# Kineetilise gaasi mudel

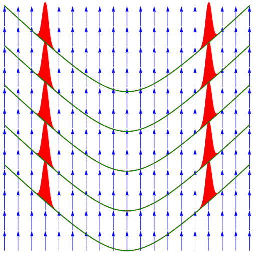
Ühtlane kiirus:
ideaalne vedelik.





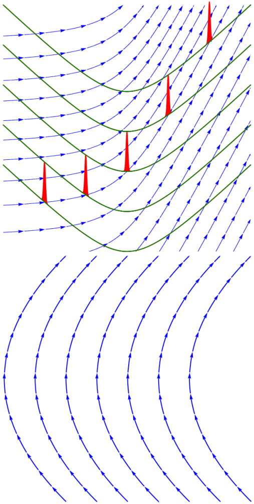
"Jenkka"

Kiirused ei segune:
kokkupõrkevaba gaas.



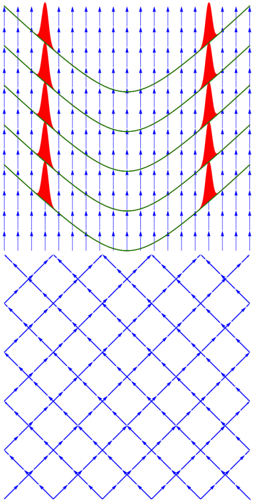
# Kineetilise gaasi mudel

Ühtlane kiirus:
ideaalne vedelik.



"Jenkka"

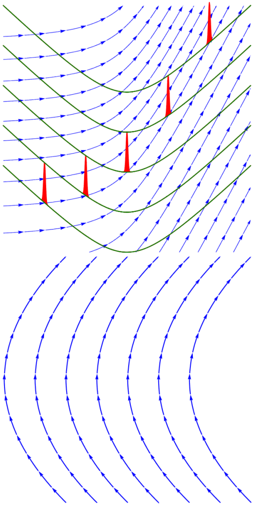
Kiirused ei segune:
kokkupõrkevaba gaas.



"Polkka"

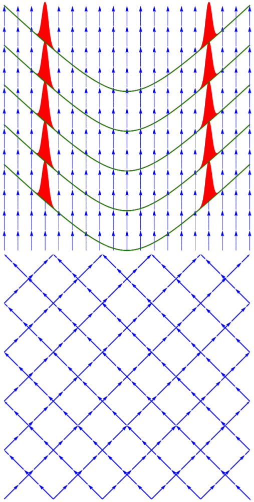
# Kineetilise gaasi mudel

Ühtlane kiirus:
ideaalne vedelik.



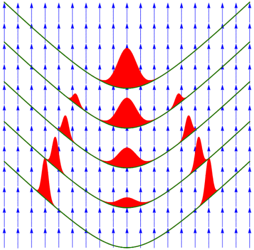
“Jenkka”

Kiirused ei segune:
kokkupõrkevaba gaas.



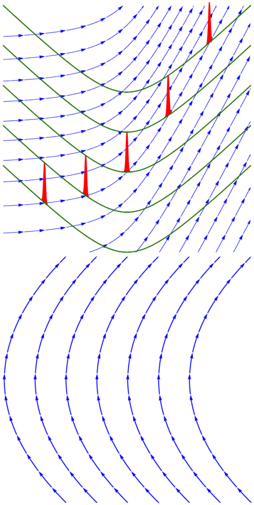
“Polkka”

Kehade kokkupõrked:
Üldine kineetiline gaas.



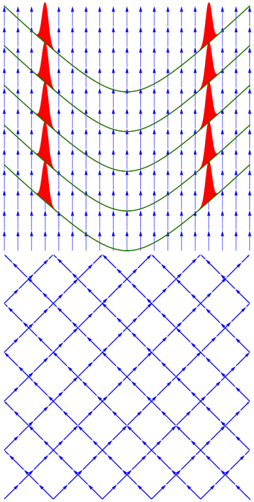
# Kineetilise gaasi mudel

Ühtlane kiirus:
ideaalne vedelik.



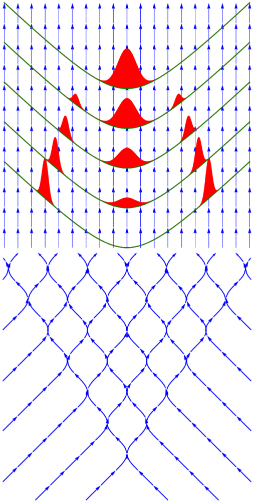
“Jenkka”

Kiirused ei segune:
kokkupõrkevaba gaas.



“Polkka”

Kehade kokkupõrked:
Üldine kineetiline gaas.



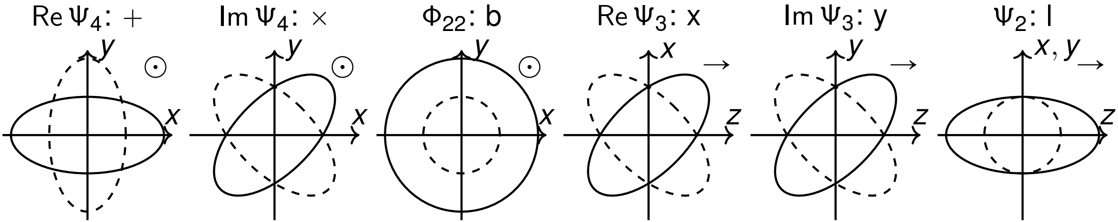
“Humppa”

# Gravitatsioonilained

- Ideaalne gravitatsioonilainete detektor: punktkehadest koosnev sfäär.

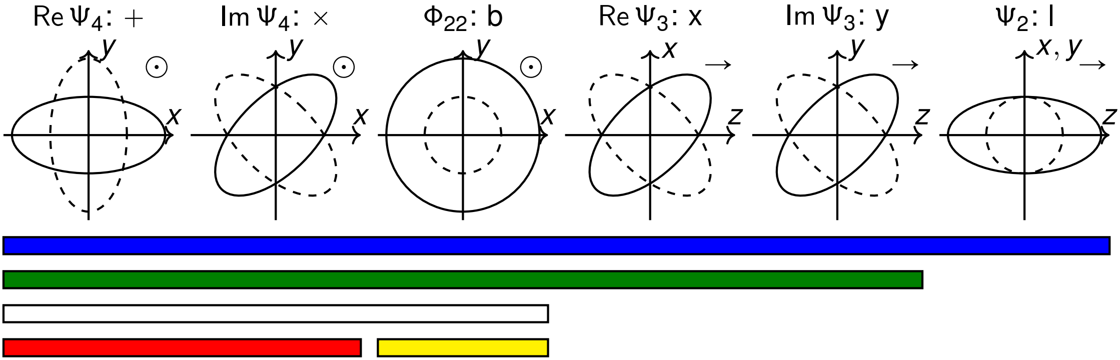
# Gravitatsioonilained

- Ideaalne gravitatsioonilainete detektor: punktkehadest koosnev sfäär.
- Gravitatsioonilainete polarisatsioonid: sfääri võimalikud võnkumised.



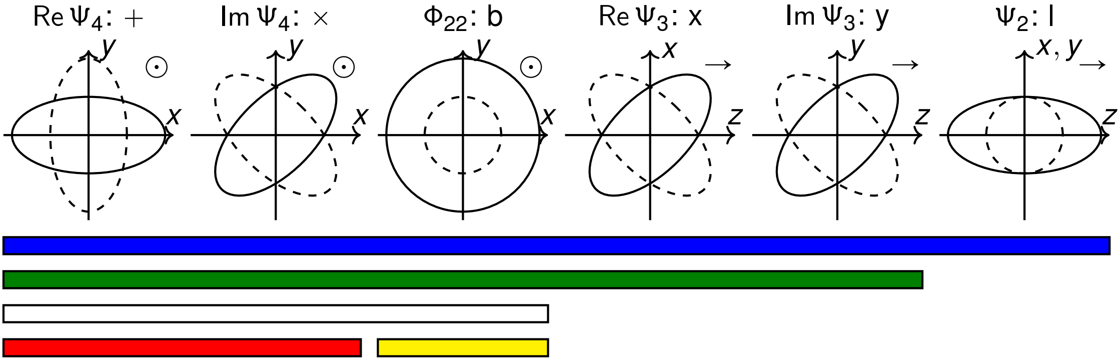
# Gravitatsioonilained

- Ideaalne gravitatsioonilainete detektor: punktkehadest koosnev sfäär.
- Gravitatsioonilainete polarisatsioonid: sfääri võimalikud võnkumised.
- Polarisatsioonid ei ole sõltumatud, vaid ilmuvad gruppides.



# Gravitatsioonilained

- Ideaalne gravitatsioonilainete detektor: punktkehadest koosnev sfäär.
- Gravitatsioonilainete polarisatsioonid: sfääri võimalikud võnkumised.
- Polarisatsioonid ei ole sõltumatud, vaid ilmuvad gruppides.
- Gravitatsiooniteooriatel on erinevad võnkemustrid.



# PPN metric and parameters

## PPN metric

To read off the PPN parameters, we use the following metric components.

In[∘ ]:=
```
metcomp = {PPN[Met,2][-LI[0],-LI[0]], PPN[Met,2][-T3a,-T3b], PPN[Met,3][-LI[0],-T3a], PPN[Met,4][-LI[0],-LI[0]]}
```

Out[∘]= $\left\{\overset{2}{g}_{00},\ \overset{2}{g}_{ab},\ \overset{3}{g}_{0a},\ \overset{4}{g}_{00}\right\}$

Insert the solution we obtained into the metric components.

In[∘ ]:=
```
metcomp /. sol2ru /. sol3ru /. sol4ru;
ToCanonical[%];
Expand[%];
ppnmet = Simplify[%];
metdef = MapThread[Equal, {metcomp, %}, 1]
```

Out[∘]= $\left\{\overset{2}{g}_{00} == \frac{\kappa^2\,U}{4\,\pi},\ \overset{2}{g}_{ab} == \frac{\kappa^2\,\delta_{ab}\,U}{4\,\pi},\ \overset{3}{g}_{0a} == -\frac{\kappa^2\,(7\,V_a + W_a)}{16\,\pi},\ \overset{4}{g}_{00} == \frac{8\,\kappa^2\,\pi\,(2\,\Phi_1 + \Phi_3 + 3\,\Phi_4) + \kappa^4\,(2\,\Phi_2 - U^2)}{32\,\pi^2}\right\}$

## PPN parameters

Finally, solve the equations and determine the PPN parameters.

In[∘ ]:=
```
parsol = FullSimplify[Solve[# == 0& /@ eqns, pars][[1]]]
```

Out[∘]= $\{\beta \to 1,\ \gamma \to 1,\ \xi \to 0,\ \alpha_1 \to 0,\ \alpha_2 \to 0,\ \alpha_3 \to 0,\ \zeta_1 \to 0,\ \zeta_2 \to 0,\ \zeta_3 \to 0,\ \zeta_4 \to 0\}$

# Ülevaade

# Kokkuvõte

- Gravitatsioon on oluline kaasaegse füüsika mõistatus:
  - Universumi kiirenev paisumine?
  - Mustad augud, gravitatsioonilained?
  - Ühendamine kvantteooriaga?

# Kokkuvõte

- Gravitatsioon on oluline kaasaegse füüsika mõistatus:
  - Universumi kiirenev paisumine?
  - Mustad augud, gravitatsioonilained?
  - Ühendamine kvantteooriaga?
- Vaatlused viitavad vajadusele uurida uusi gravitatsiooniteooriaid.
  - Modifitseeritud geomeetria: teleparalleelne, Finsler, Cartan. . .
  - Lisaväljad samuti geomeetrilise kirjeldusega.

# Kokkuvõte

- Gravitatsioon on oluline kaasaegse füüsika mõistatus:
  - Universumi kiirenev paisumine?
  - Mustad augud, gravitatsioonilained?
  - Ühendamine kvantteooriaga?
- Vaatlused viitavad vajadusele uurida uusi gravitatsiooniteooriaid.
  - Modifitseeritud geomeetria: teleparalleelne, Finsler, Cartan...
  - Lisaväljad samuti geomeetrilise kirjeldusega.
- Uuringud kasutavad erinevaid tööriistasid matemaatikast.
  - Diferentsiaalgeomeetria: kihtkonnad, Finsleri geomeetria, Cartani geomeetria.
  - Rühmateooria ja esitusteooria.
  - Diferentsiaalvõrrandid ja lähendusmeetodid.
  - Kategooriateooria ja abstraktne matemaatika.

# Kokkuvõte

- Gravitatsioon on oluline kaasaegse füüsika mõistatus:
  - Universumi kiirenev paisumine?
  - Mustad augud, gravitatsioonilained?
  - Ühendamine kvantteooriaga?
- Vaatlused viitavad vajadusele uurida uusi gravitatsiooniteooriaid.
  - Modifitseeritud geomeetria: teleparalleelne, Finsler, Cartan...
  - Lisaväljad samuti geomeetrilise kirjeldusega.
- Uuringud kasutavad erinevaid tööriistasid matemaatikast.
  - Diferentsiaalgeomeetria: kihtkonnad, Finsleri geomeetria, Cartani geomeetria.
  - Rühmateooria ja esitusteooria.
  - Diferentsiaalvõrrandid ja lähendusmeetodid.
  - Kategooriateooria ja abstraktne matemaatika.
- Gravitatsiooniteooria on huvitav tegevus ka matemaatilise taustaga.

# Kokkuvõte

- Gravitatsioon on oluline kaasaegse füüsika mõistatus:
  - Universumi kiirenev paisumine?
  - Mustad augud, gravitatsioonilained?
  - Ühendamine kvantteooriaga?
- Vaatlused viitavad vajadusele uurida uusi gravitatsiooniteooriaid.
  - Modifitseeritud geomeetria: teleparalleelne, Finsler, Cartan...
  - Lisaväljad samuti geomeetrilise kirjeldusega.
- Uuringud kasutavad erinevaid tööriistasid matemaatikast.
  - Diferentsiaalgeomeetria: kihtkonnad, Finsleri geomeetria, Cartani geomeetria.
  - Rühmateooria ja esitusteooria.
  - Diferentsiaalvõrrandid ja lähendusmeetodid.
  - Kategooriateooria ja abstraktne matemaatika.
- Gravitatsiooniteooria on huvitav tegevus ka matemaatilise taustaga.

**Sõnum koju kaasa võtmiseks**

Kuigi gravitatsiooni ehk raskusjõu uurimine kõige kergem ei ole, on ta igati tõmbav.

# Reklaam: tumeaine õhtu

N 19. oktoober kell 19:00 Genialistide Klubis: Kosmilised värsid tumeaine õhtul
…toob fookusesse tumeaine uurimise, milles ka Eesti teadlased on teinud olulisi teadusavastusi.
Universumis leiduvast ainest moodustab 95% varjatud aine ehk tumeaine. See on nähtamatu aine, mille olemasolust me teame vaid tema raskusjõu tõttu, kuid mille olemus on senimaani suur mõistatus.
Vestlus- ja kontsertõhtu Genialistide klubis algab populaarteadusliku diskussiooniga, mis seletab lahti varasemad teadmised tumeaine kohta ja paneb omavahel dialoogi teadlased Tartu Ülikooli Teoreetilise Füüsika laborist, kes esindavad tumejõu ehk modfitseeritud gravitatsiooni uurijaid ning teadlased Tartu Ülikooli Tartu observatoorumist, kes esindavad tumeaine uurijaid.
Õhtu lõppeb JUKKA NEVALAINENi kontserdiga “COSMIC VERSES”. Jukka rändab basskitarril läbi teaduse ja kunsti ning viib kuulajad ühes endaga kosmosesse.

- 19:30 Tumeaine ja tumejõud - märkmeid ajaloost
- 20:10 Tumeaine vs tumejõud - mida teame täna
- 21:00 Jukka Nevalaineni kontsert